

Comparación de los análisis multimodelos: Enfoques Frecuentistas vs. Bayesianos aplicados en estudio de edad y crecimiento de peces óseos y cartilaginosos

Comparison of multimodel analyses: Frequentist vs. Bayesian approaches applied to age and growth studies of bony and cartilaginous fishes

Recibido: 21 de abril de 2025 | Revisado: 13 de mayo de 2025 | Aceptado: 28 de mayo de 2025

Rafael Mendoza Delgado¹

Jesús Briones-Mendoza²

1,2 Universidad Laica "Eloy Alfaro" de Manabí, Manta, Ecuador

1 Correo: juan.mendoza@uleam.edu.ec
<https://orcid.org/0009-0001-7299-4011>

2 Correo: jesus.briones@uleam.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0001-6805-7706>

<https://doi.org/10.62428/rcvp2025411951>

Abstract

This study compared frequentist and Bayesian approaches in multimodel analysis of age and growth in bony and cartilaginous fishes, aiming to evaluate their differences in estimating key parameters such as asymptotic length (L_{∞}), growth coefficient (k), and length at birth (L_0). Five species were analyzed three cartilaginous (*Prionace glauca*, *Carcharhinus falciformis*, and *Alopias pelagicus*) and two bony (*Selene peruviana* and *Peprilus medius*) using von Bertalanffy, Gompertz, and logistic growth models. The results showed that Bayesian models tended to estimate higher values of L_{∞} and lower values of L_0 compared to frequentist models, suggesting that the latter may underestimate the maximum attainable size and overestimate the birth length. Additionally, the growth coefficient (k) was lower in Bayesian models, indicating slower but more biologically plausible growth rates. Regarding model selection, the frequentist approach favored the logistic model based on the AICc criterion, whereas the Bayesian approach favored the von Bertalanffy model based on the LOOIC criterion. These findings highlight the usefulness of Bayesian models in more accurately representing growth dynamics, particularly in contexts with limited or biased data.

Keywords: Bayesian models, fish growth, fisheries management, frequentist models, multimodel analysis.

Resumen

El presente estudio comparó los enfoques frecuentista y bayesiano en el análisis multimodelo de edad y crecimiento de peces óseos y cartilaginosos, con el fin de evaluar sus diferencias en la estimación de parámetros clave como la longitud asintótica (L_{∞}), el coeficiente de crecimiento (k) y la longitud al nacer (L_0). Se analizaron cinco especies, tres cartilaginosas (*Prionace glauca*, *Carcharhinus falciformis* y *Alopias pelagicus*) y dos óseas (*Selene peruviana* y *Peprilus medius*), utilizando los modelos de crecimiento de von Bertalanffy, Gompertz y logístico. Los resultados mostraron que los modelos bayesianos tendieron a estimar valores más altos de L_{∞} y más bajos de L_0 en comparación con los modelos frecuentistas, lo que sugiere que estos últimos podrían subestimar el tamaño máximo alcanzable y sobrestimar el tamaño al nacer. Asimismo, el coeficiente de crecimiento (k) fue más bajo en los modelos bayesianos, reflejando tasas de crecimiento más lentas, pero biológicamente más plausibles. En cuanto a la selección de modelos, el enfoque frecuentista favoreció al modelo logístico según el criterio AICc, mientras que el enfoque bayesiano favoreció al modelo de von Bertalanffy según el criterio LOOIC. Estos hallazgos resaltan la utilidad de los modelos bayesianos para representar con mayor precisión la dinámica de crecimiento, especialmente en contextos con datos limitados o sesgados.

Palabras clave: Análisis multimodelo, crecimiento de peces, gestión pesquera, modelos bayesianos, modelos frecuentistas.



Este artículo es de acceso abierto distribuido bajo los términos y condiciones de la
licencia Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International

Introducción

El estudio de la edad y crecimiento de los peces, tanto óseos como cartilaginosos, fue reconocido como un componente esencial para la gestión pesquera y la conservación de especies acuáticas (Araya y Cubillos, 2002; Morales-Nin, 1992). Evaluar los patrones de crecimiento permitió comprender la dinámica poblacional, lo que sirvió como base para formular políticas de manejo sostenible (Harris et al., 2008; Kareiva, 1990; Lorenzen 2005). Tradicionalmente, estos análisis se realizaron mediante enfoques frecuentistas, que asumían distribuciones de probabilidad conocidas y empleaban métodos estadísticos clásicos para estimar parámetros fundamentales como la longitud y la edad (Smart, 2020; Smart y Grammer, 2021). En años recientes, el enfoque bayesiano ganó terreno en los estudios de crecimiento debido a su flexibilidad y capacidad para incorporar información previa (Rendón-Macías et al., 2018). Este enfoque permitió modelar de manera más natural la incertidumbre inherente a los datos biológicos y proporcionó inferencias más robustas, especialmente en sistemas con información limitada o sesgada (Díaz, 2007). A través del uso de distribuciones a priori y modelos jerárquicos, los métodos bayesianos demostraron ser efectivos para abordar la variabilidad y complejidad que caracterizan a los estudios de biología pesquera (Díaz-Garzón et al., 2020; Rendón-Macías et al., 2018; Smart, 2020; Smart y Grammer, 2021).

Comparar los enfoques frecuentista y bayesiano en el análisis de la edad y crecimiento de peces fue un tema relevante en la investigación científica. Estudios previos exploraron las ventajas y limitaciones de ambos enfoques, destacando la capacidad del enfoque bayesiano para integrar información de múltiples fuentes y la fortaleza del enfoque frecuentista en contextos con datos completos y bien definidos (Efron, 2005; Gelman y Shalizi, 2013; Robert, 2007). Esta comparación no fue meramente teórica, sino que tuvo implicaciones prácticas significativas en la gestión de recursos pesqueros y en la construcción de modelos predictivos sobre el crecimiento y la longevidad de las poblaciones de peces (Smart, 2020; Smart y Grammer, 2021). La inclusión de peces óseos y cartilaginosos en estudios de edad y crecimiento permite comparar estrategias de vida contrastantes, ya que los primeros suelen presentar crecimiento rápido y alta fecundidad, mientras que los segundos tienen desarrollo lento y baja reproducción. Estas diferencias influyen en la estimación de parámetros biológicos clave, especialmente en contextos con datos limitados o sesgados. Evaluar ambos grupos mejora la robustez de los modelos estadísticos aplicados y aporta evidencia relevante para la gestión pesquera integral. Así, se garantiza una representación más realista de la diversidad biológica en los análisis comparativos.

El objetivo de esta investigación fue comparar los métodos frecuentistas y bayesianos aplicados a los estudios de edad y crecimiento en peces. Se analizaron ejemplos específicos que ilustraron las aplicaciones prácticas de ambos enfoques, evaluando su relevancia para la investigación biológica. A partir de esta comparación, se buscó proporcionar una comprensión más profunda de cómo la elección del método influye en las conclusiones científicas y en la toma de decisiones para la gestión sostenible de las especies pesqueras.

Materiales y métodos

Entre mayo de 2022 y abril de 2023 se llevaron a cabo muestreos sistemáticos en el puerto pesquero artesanal de Playita Mía, ubicado en Manta, Ecuador, con una frecuencia de cinco salidas de campo por semana. Para el desarrollo del estudio, se utilizaron cinco bases de datos correspondientes a tres especies de tiburones: tiburón azul (*Prionace glauca*), tiburón sedoso (*Carcharhinus falciformis*) y tiburón razón (*Alopias pelagicus*) y dos especies de peces óseos pampano (*Peprilus medius*) y carita (*Selene peruviana*). Cada base de datos incluía registros detallados de la longitud total o precaudal de los ejemplares, obtenida mediante cinta métrica graduada en centímetros. La estimación de la edad se efectuó a partir de la lectura de anillos de crecimiento en vértebras (para tiburones) y otolitos (para peces óseos), estructuras comúnmente empleadas en estudios de crecimiento. Esta variable fue fundamental para los análisis estadísticos posteriores. La determinación del sexo en tiburones se realizó mediante observación del dimorfismo sexual externo, identificando la presencia de gonopterigios (cláspes) en los machos y su ausencia en las hembras, quienes presentan únicamente la abertura cloacal. En peces óseos, el sexo fue determinado por inspección macroscópica de las gónadas, observando la morfología y contenido de los ovarios y testículos, técnica ampliamente utilizada en estudios reproductivos (Anislado-Tolentino et al., 2010; Ebert et al., 2021).

Para el análisis de las diferencias morfométricas y estructurales entre sexos y a lo largo del tiempo, se

aplicaron pruebas estadísticas no paramétricas debido a la no normalidad de los datos. Se utilizó la prueba de Kolmogorov-Smirnov para evaluar la normalidad de la distribución de tallas, la prueba de Levene para comprobar la homogeneidad de varianzas entre sexos, y la prueba de Mann-Whitney U para detectar diferencias significativas en las distribuciones de tallas entre machos y hembras. Asimismo, se aplicó la prueba de Kruskal-Wallis para evaluar variaciones en la longitud total entre meses de muestreo (Hanusz y Tarasińska, 2015; Lilliefors, 1967; McKight & Najab, 2010; Wilcox et al., 2021).

Al igual que en otros estudios (Emmons et al., 2021; Smart y Grammer, 2021), se utilizaron dos enfoques para estimar los parámetros de edad y crecimiento. Primero, un enfoque multimodelo frecuentista utilizando el paquete AquaticLifeHistory (Smart, 2019; Smart y Grammer, 2021). Segundo, un enfoque multimodelo bayesiano a través del paquete BayesGrowth (Smart, 2020; Smart y Grammer, 2021). Los modelos utilizados fueron los siguientes:

Modelo de crecimiento de von Bertalanffy (Von Bertalanffy, 1938):

$$L(t) = L_0 + (L_{\infty} - L_0)(1 - \exp(1 - kt))$$

Modelo logístico (Ricker, 1979):

$$L(t) = \frac{L_{\infty} L_0 (\exp(gt))}{L_{\infty} + L_0 (\exp(gt) - 1)}$$

Modelo de Gompertz (Gompertz, 1825):

$$L(t) = L_0 \exp^{(\log(\frac{L_{\infty}}{L_0})(1 - \exp^{-gt}))}$$

Donde L_t es la longitud esperada a una determinada edad, L_{∞} es la longitud asintótica, k y g son los coeficientes de crecimiento y L_0 es la longitud al nacer.

Todos los análisis estadísticos se llevaron a cabo utilizando los softwares R y RStudio (R Core Team & Team, 2021). Se emplearon diversos paquetes especializados para la manipulación y análisis de datos: tidyverse (Wickham et al., 2019) para la limpieza y transformación de datos; BayesGrowth (Smart, 2020), y AquaticLifeHistory (Smart, 2019), para la implementación de modelos de crecimiento bayesianos; tidybayes (Kay, 2023) y rstan (Guo et al. 2020) para los análisis bayesianos; y bayesplot (Gabry y Mahr, 2018), pander (Blagotic y Daróczy, 2015), cowplot (Wilke et al., 2019), patchwork (Pedersen, 2019), gridExtra (Auguie et al., 2017) y ggplot2 (Wickham, 2011) para la visualización y presentación gráfica de los resultados.

Resultados

Prionace glauca

Se registraron un total de 700 registros, de los cuales se recolectaron 536 muestras de vértebras de *Prionace glauca*. Estas incluyeron 295 hembras y 241 machos, con tamaños que oscilaron entre 116 y 274 cm de longitud total (TL) en hembras (media $\pm$ DE: 196.01 $\pm$ 26.73) y entre 140 y 310.2 cm TL en machos (media $\pm$ DE: 221.45 $\pm$ 32.24). Las edades estimadas variaron de 3 a 18 años, con un rango de 3 a 13 años en hembras y de 4 a 18 años en machos. El análisis estadístico mostró que la distribución de tallas no era normal (Kolmogorov-Smirnov, $p < 0.05$). Se observaron diferencias significativas entre sexos en la distribución de tallas (Mann-Whitney U, $p < 0.05$) y heterogeneidad en las varianzas (Levene, $p < 0.05$). Además, la longitud total presentó diferencias significativas a lo largo de los meses (Kruskal-Wallis, $p = 0.02$). Los modelos de crecimiento de von Bertalanffy (VBG), Gompertz y logístico mostraron ajustes similares en los enfoques frecuentista y bayesiano.

En L_{∞} (longitud asintótica) los valores fueron consistentemente mayores en los modelos bayesianos en comparación con los frecuentistas, indicando que los primeros tienden a predecir longitudes máximas más altas,

por otra parte, el k (coeficiente de crecimiento) los modelos bayesianos presentaron valores menores, lo que sugiere tasas de crecimiento más lentas. L_a L_0 (longitud al nacer) con respecto a modelos bayesianos predijeron longitudes al nacer más bajas que los frecuentistas, lo que podría indicar sobreestimaciones en estos últimos (Tabla 1).

En términos de ajuste, el criterio de información bayesiano (LOOIC) favoreció al modelo de von Bertalanffy en el enfoque bayesiano, mientras que el criterio de Akaike corregido (AICc) favoreció al modelo logístico en el enfoque frecuentista. Los modelos bayesianos proporcionaron estimaciones más precisas de parámetros clave como la longitud máxima, las tasas de crecimiento y la longitud al nacer, ofreciendo una ventaja significativa en la interpretación biológica de los datos en comparación con los modelos frecuentistas (Figura 1).

Tabla 1

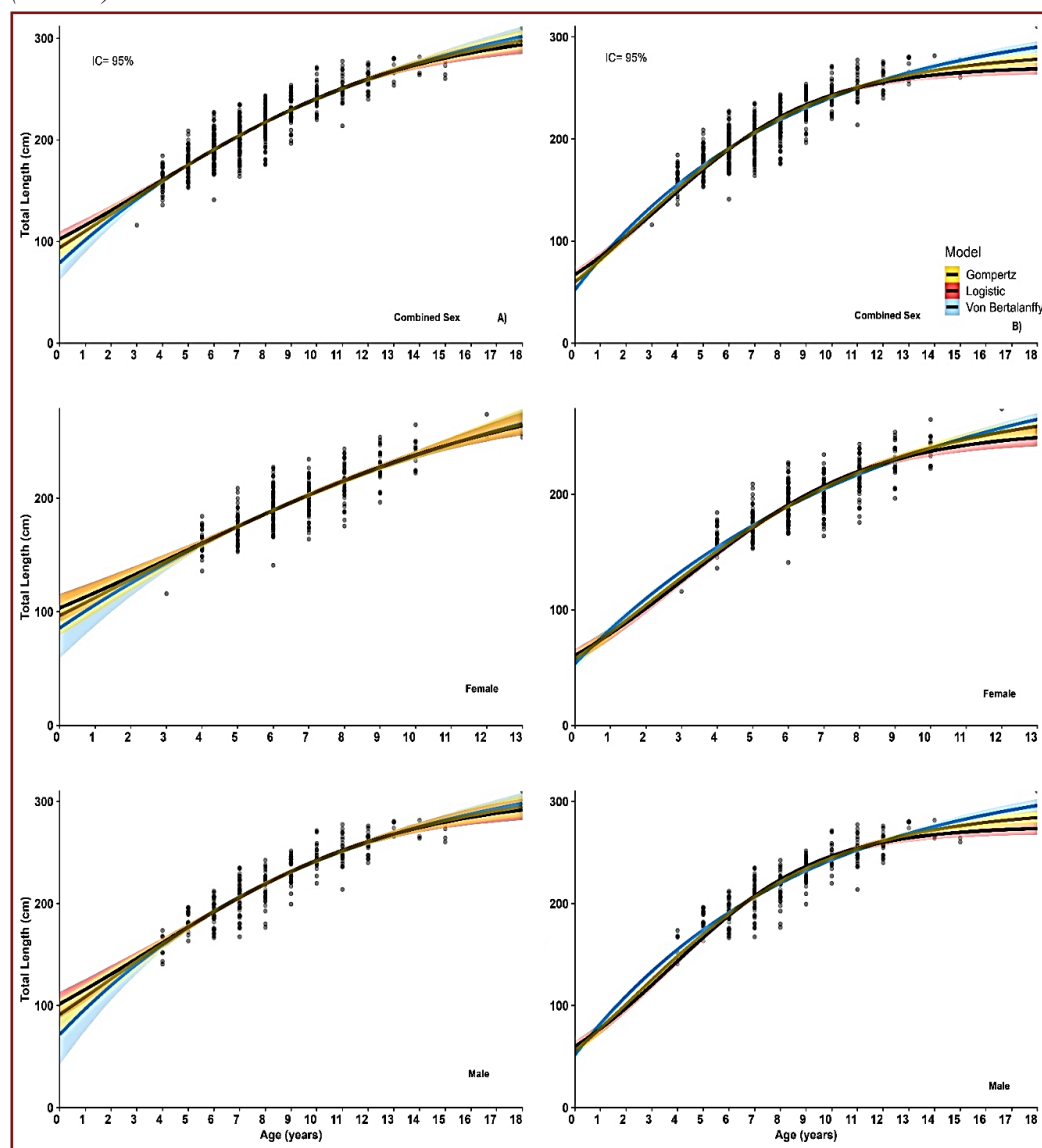
Parámetros de los Modelos Frecuentistas y Bayesianos para machos, hembras y sexos combinados de P. glauca

	Sexo	Modelo	L_{∞}	k/g	L_0	AIC W
Frecuentista	Combinados	VB	312.25	0.19	102.37	0.21
		GOM	-	-	-	0.34
		LOG	-	-	-	0.44
	Hembras	VB	382.43	0.07	85.68	0.35
		GOM	-	-	-	0.33
		LOG	-	-	-	0.31
	Machos	VB	307.48	0.20	101.70	0.25
		GOM	-	-	-	0.34
		LOG	-	-	-	0.41
		Modelo	L_{∞}	k/g	L_0	LOOIC _w
Bayesiano	Combinados	VB	329.65	0.11	53.64	1
		GOM	-	-	-	0
		LOG	-	-	-	0
	Hembras	VB	325.50	0.12	53.23	1
		GOM	-	-	-	0
		LOG	-	-	-	0
	Machos	VB	331.47	0.12	51.59	1
		GOM	-	-	-	0
		LOG	-	-	-	0

Nota. Resultados del Criterio de Información de Validación Cruzada Leave-One-Out (LOOIC) y del Criterio de Información de Akaike Corregido (AICc) para machos, hembras y sexos combinados de *Prionace glauca*.

Figura 1

a) *frecuentistas y b) bayesianos de talla por edad modelos de crecimiento para Prionace glauca* ($n = 536$)



Nota. Se muestran los modelos de von Bertalanffy (VBGF), Gompertz y logístico para sexos combinados, hembras y machos.

Alopias pelagicus

Se recolectaron vértebras de 304 individuos de *A. pelagicus*, distribuidos en 152 hembras, 147 machos y 5 individuos no sexados. Las hembras presentaron un rango de tallas de 60 a 179 cm LPC (media $\pm$ DE: 126.5 ± 28.9), mientras que los machos oscilaron entre 72 y 191.9 cm LPC (media $\pm$ DE: 131.5 ± 30.9). Los individuos no sexados registraron tallas entre 73.2 y 158 cm LPC (media $\pm$ DE: 108 ± 33.5). No se encontraron diferencias significativas en las longitudes de hembras y machos ($W = 9738.5$, $p = 0.05519$). En la comparación de los parámetros estimados, los modelos frecuentistas y bayesianos mostraron diferencias significativas. En cuanto a la longitud asíntótica (L_{∞}), los valores obtenidos mediante el enfoque frecuentista fueron consistentemente mayores, especialmente en machos (171.98 cm frente a 169.40 cm) y en sexos combinados (169.28 cm frente a 168.13 cm). Esto sugiere que los modelos frecuentistas tienden a sobreestimar el tamaño máximo alcanzable por *A. pelagicus*. Asimismo, en el caso de la longitud al nacer (L_0), los modelos bayesianos arrojaron valores más bajos en todas las categorías (por ejemplo, 73.75 cm frente a 77.64 cm en sexos combinados), lo que podría indicar que los modelos frecuentistas sobrestiman las etapas iniciales de crecimiento de la especie. Respecto al coeficiente de crecimiento (g), los modelos bayesianos presentaron valores ligeramente mayores, lo que implica tasas de crecimiento más rápidas en las primeras etapas de vida de *A. pelagicus*. En términos de selección de modelos, ambos enfoques coincidieron en que el modelo logístico

proporcionó el mejor ajuste a los datos. Sin embargo, mientras el enfoque frecuentista utilizó el criterio de Akaike corregido (AICc) para seleccionar el modelo, el enfoque bayesiano empleó el criterio de exclusión Leave-One-Out Cross-Validation (LOOIC), destacando la flexibilidad y adaptabilidad de los modelos bayesianos en el análisis de datos biológicos (Tabla 2).

Los modelos bayesianos ofrecieron ventajas significativas sobre los frecuentistas al integrar información previa y producir estimaciones más consistentes con los datos biológicos. Esto se evidenció en la predicción de longitudes al nacer más bajas y en tasas de crecimiento más rápidas, parámetros que reflejan mejor el crecimiento real de la especie. Por otro lado, los modelos frecuentistas tendieron a sobreestimar la longitud al nacer y la longitud asintótica, lo que podría limitar su aplicabilidad en contextos donde los datos disponibles no abarcan un rango completo de tallas (Figura. 2).

Tabla 2

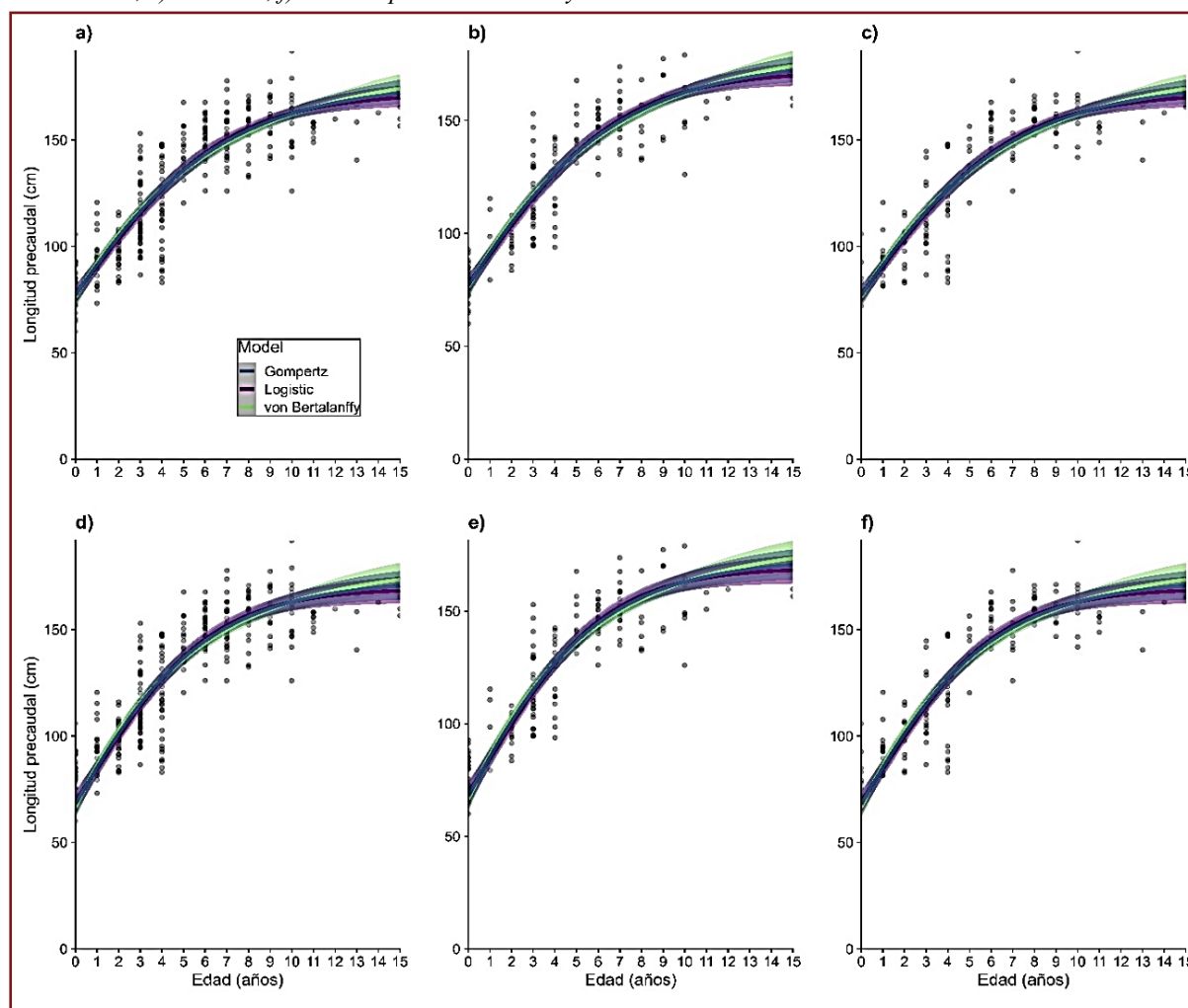
*Parámetros de edad y crecimiento de los modelos frecuentistas para *Alopias pelagicus**

	Sexo	Modelo	L_{∞}	k/g	L_0	AIC W
Frecuentista	Combinados	VB	181.31	0.16	76.75	0.00
		LOG	169.28	0.31	77.64	0.97
		GOM	173.71	0.23	77.12	0.03
	Hembras	VB	176.17	0.18	76.20	0.02
		LOG	164.97	0.34	76.66	0.82
		GOM	169.22	0.26	76.36	0.16
	Machos	VB	184.15	0.16	76.26	0.01
		LOG	171.98	0.30	77.70	0.88
		GOM	176.46	0.23	76.97	0.11
Bayesiano	Modelo		L_{∞}	k/g	L_0	LOOIC _w
	Combinados	VB	180.23	0.18	72.32	0.00
		LOG	168.13	0.34	73.75	0.98
		GOM	172.46	0.26	72.94	0.02
	Hembras	VB	176.50	0.20	69.32	0.02
		LOG	163.72	0.39	70.28	0.85
		GOM	168.25	0.29	69.73	0.14
	Machos	VB	180.77	0.19	66.38	0.01
		LOG	169.40	0.36	69.39	0.89
		GOM	173.34	0.28	67.90	0.10

Nota. VB en la columna modelo corresponde a von Bertalanffy, LOG el modelo logístico y GOM Gompertz. AIC es el criterio de información de Akaike, AIC_w es el peso del criterio de información de Akaike, L_0 es la longitud asintótica (LPC), L_0 la longitud al nacer (LPC), K/g coeficiente de crecimiento y SE el error estándar.

Figura 2

Curvas de crecimiento para a) sexos combinados, b) hembras, c) machos para modelos frecuentistas y d) sexos combinados, e) hembras, f) machos para modelos bayesianos



Nota. La parte sombreada representan los intervalos de confianza y credibilidad al 95% para los modelos frecuentistas y bayesianos, respectivamente en *Alopias pelagicus*.

Carcharhinus falciformis

Un total de 291 muestras vertebrales de *C. falciformis* fueron considerados en los presentes análisis, de los cuales se registraron 161 hembras (55.52%) y 130 machos (44.48%). Las hembras presentaron una longitud total (LT) de 79.2 - 238 cm (media $\pm$ d.s; 178.6 ± 38.17), y 80.2 - 234.6 cm LT (172 ± 36.06) para los individuos machos. Las edades estimadas oscilaron entre 0 - 19 (9.55 ± 4.26) para hembras y 0 - 18 (8.59 ± 3.99) para los tiburones machos.

En el análisis multimodelo aplicado a *C. falciformis*, se observaron diferencias clave entre los enfoques frecuentista y bayesiano en los modelos de crecimiento seleccionados. Dentro del enfoque frecuentista, el modelo logístico ofreció el mejor ajuste según el criterio de información de Akaike (AIC) para hembras ($L_{\infty} = 229.17$ cm, $g = 0.23$, $L_0 = 77.20$ cm) y sexos combinados ($L_{\infty} = 229.20$ cm, $g = 0.22$, $L_0 = 78.51$ cm). Para los machos, el modelo Gompertz fue el más adecuado ($L_{\infty} = 235.80$ cm, $k = 0.16$, $L_0 = 74.92$ cm). En contraste, el enfoque bayesiano, evaluado mediante el criterio de exclusión Leave-One-Out Cross-Validation (LOOIC), mostró que el modelo de von Bertalanffy proporcionó el mejor ajuste para todas las categorías: sexos combinados ($L_{\infty} = 271.35$ cm, $k = 0.09$, $L_0 = 69.32$ cm), hembras ($L_{\infty} = 272.25$ cm, $k = 0.09$, $L_0 = 68.00$ cm) y machos ($L_{\infty} = 274.82$ cm, $k = 0.08$, $L_0 = 69.39$ cm) (Tabla 3).

Los modelos bayesianos produjeron valores significativamente mayores de longitud asintótica (L_{∞}) en

todas las categorías en comparación con los modelos frecuentistas, destacándose en los machos (274.82 cm frente a 235.80 cm). Esto sugiere que el enfoque bayesiano ofrece estimaciones más precisas del tamaño máximo alcanzable para *C. falciformis*, mientras que los modelos frecuentistas tienden a subestimar este parámetro crítico.

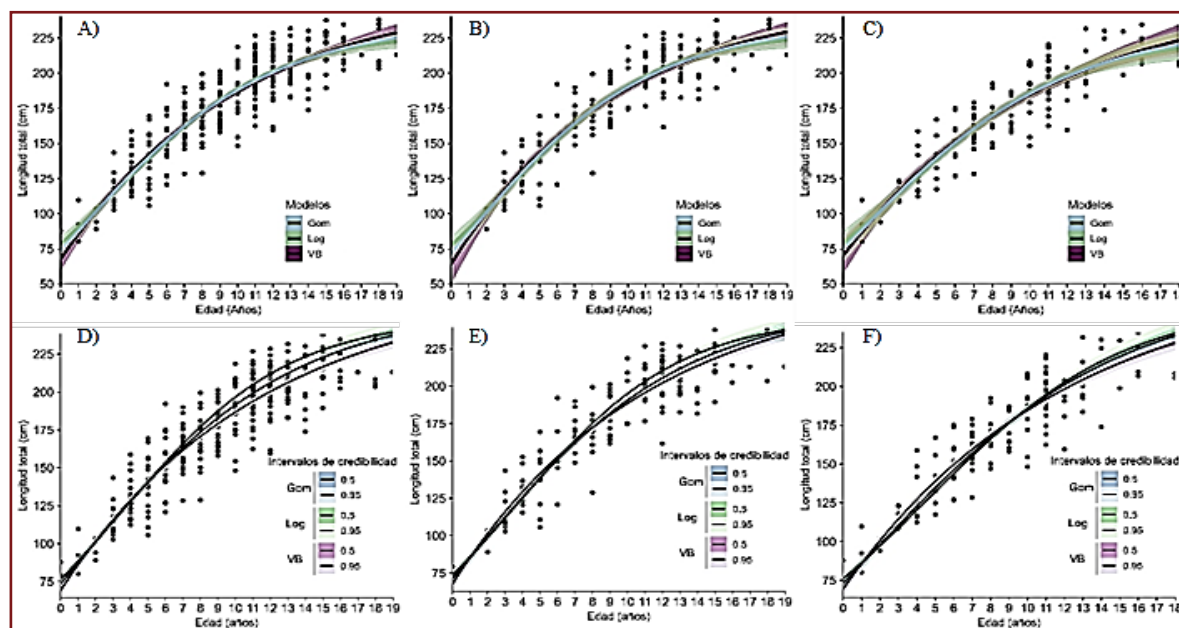
En cuanto a la longitud al nacer (L_0), los modelos bayesianos arrojaron valores más bajos en todas las categorías (por ejemplo, sexos combinados: 69.32 cm frente a 78.51 cm en el enfoque frecuentista). Esto indica que los modelos frecuentistas podrían sobreestimar las etapas iniciales del crecimiento, afectando la interpretación de las primeras fases del desarrollo. Además, los coeficientes de crecimiento (k o g) fueron consistentemente menores en los modelos bayesianos, lo que refleja tasas de crecimiento más lentas en comparación con las obtenidas por el enfoque frecuentista, ambos enfoques identificaron diferentes modelos de crecimiento como los más adecuados según el criterio de selección aplicado (AIC en el enfoque frecuentista y LOOIC en el bayesiano). Sin embargo, los resultados muestran que los modelos bayesianos no solo proporcionan estimaciones más altas de L_∞ y menores de L_0 , sino que también integran mejor la biología de la especie al manejar la incertidumbre y la variabilidad de los datos. Esto resalta la utilidad del enfoque bayesiano para generar estimaciones más robustas y biológicamente plausibles en estudios de edad y crecimiento de tiburones, especialmente en escenarios donde los datos presentan limitaciones o sesgos (Figura 3).

Tabla 3
Criterio de información AIC y exclusión LOOIC para ambos enfoques estadísticos

Frecuentista	Sexo	Modelo	L_∞	k/g	L_0	AIC W
	Combinados	VB				0.11
		GOM				0.44
		LOG	229.20	0.22	78.51	0.45
	Hembras	VB				0.11
		GOM				0.38
		LOG	229.17	0.23	77.20	0.51
	Machos	VB				0.30
		GOM	235.80	0.16	74.92	0.39
		LOG				0.32
Modelo		LOOIC _w				
Bayesiano	Combinados	VB	271.35	0.09	69.32	0.64
		GOM				0.23
		LOG				0.12
	Hembras	VB	272.25	0.09	68.00	0.85
		GOM				0.11
		LOG				0.03
	Machos	VB	274.82	0.08	69.39	0.98
		GOM				0.02
		LOG				0.00

Nota. Las siglas Gom representa al modelo de Gompertz, Log: logístico, VB: von Bertalanffy, AIC DIFF: diferencia de valores de AIC entre los modelos, AIC W: peso del criterio de información, SE LOOIC: desviación estándar del criterio de exclusión, y LOOICw: peso del criterio de exclusión. Los modelos marcados en negrita fueron los que mejor se ajustaron al enfoque presentado en *Carcharhinus falciformis*.

Figura 3
Curvas de crecimiento de Von Bertalanffy, Logístico y Gompertz



Nota. a) sexos combinados, b) hembras, c) machos para modelos frecuentistas y para el enfoque bayesiano los modelos mencionados para d) sexos combinados, e) hembras, f) machos, hacen referencia a valores observados de edad por talla de *Carcharhinus falciformis* durante el estudio.

Carcharhinus falciformis

En el estudio se registraron un total de 886 ejemplares de *S. peruviana*, observándose un intervalo de tallas entre 10.5 y 41.3 cm de longitud total (LT). La talla promedio para sexos combinados fue de 23.16 ± 3.81 cm, con una talla promedio de 22.9 ± 3.73 cm en hembras y 23.6 ± 3.79 cm en machos. En el análisis multimodelo aplicado a *S. peruviana*, ambos enfoques identificaron al modelo de von Bertalanffy como el mejor ajuste para describir los parámetros de crecimiento. Sin embargo, las estimaciones obtenidas difirieron entre los modelos frecuentista y bayesiano, destacando diferencias clave en los valores de los parámetros y en la forma en que cada enfoque ajusta los datos.

En el enfoque frecuentista, el modelo de von Bertalanffy presentó el mayor peso de AIC (1), con parámetros estimados de $L_{\infty} = 42.17$ cm LT, $k = 0.27$ y $L_0 = 5.36$. Este modelo mostró un ajuste completo a los datos observados, con valores consistentes en la representación gráfica de las curvas de crecimiento y las longitudes medias a la edad. Por otra parte, el análisis bayesiano también seleccionó al modelo de von Bertalanffy como el mejor ajuste, con el mayor valor de LOOIC (1). Sin embargo, los parámetros estimados diferían: $L_{\infty} = 40.71$ cm LT, $k = 0.35$ y $L_0 = 0.00$, indicando que el enfoque bayesiano predijo un menor tamaño asintótico y un crecimiento inicial más acelerado en comparación con el enfoque frecuentista (Tabla 4).

Las diferencias observadas en los parámetros de crecimiento resaltan las características distintivas de cada enfoque. Los modelos bayesianos proporcionaron estimaciones más altas del coeficiente de crecimiento (k) y menores de la longitud al nacer (L_0), lo que refleja una mayor capacidad para capturar las dinámicas iniciales de crecimiento de *S. peruviana*. Por el contrario, el modelo frecuentista predijo un mayor valor de L_{∞} , lo que podría representar una sobreestimación del tamaño máximo alcanzable por esta especie. Además, aunque ambos enfoques concordaron en la selección del modelo de von Bertalanffy, los valores de ajuste (AIC y LOOIC) indicaron que el ajuste bayesiano fue más detallado al incorporar incertidumbre en los parámetros estimados, mientras que ambos enfoques son útiles para describir el crecimiento de *S. peruviana*, los resultados del enfoque bayesiano ofrecen ventajas adicionales al integrar la incertidumbre y generar estimaciones más biológicamente plausibles, especialmente para las primeras etapas de crecimiento (Figura 4). Esto refuerza la importancia de los análisis multimodelo en estudios de crecimiento, destacando las fortalezas de los modelos bayesianos en la investigación pesquera.

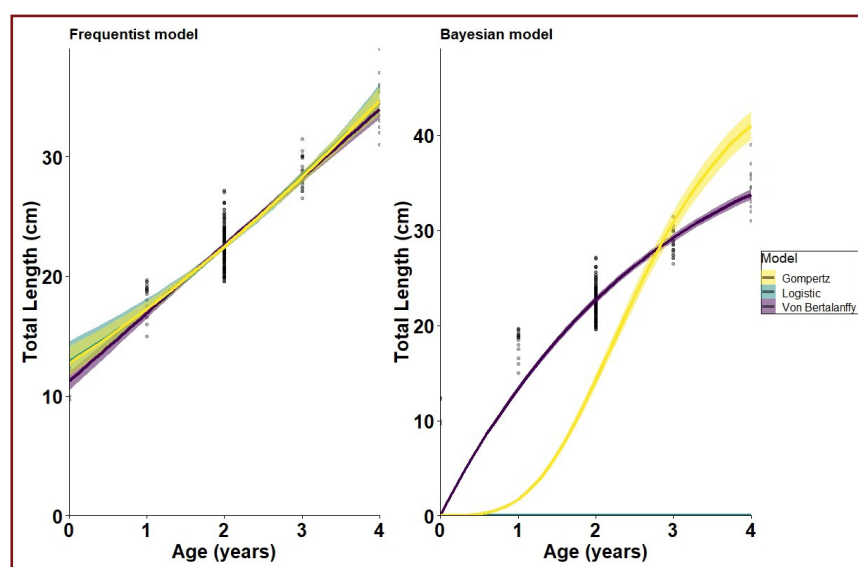
Tabla 4

Análisis frecuentista y bayesiano de ajuste e inferencia multimodelo de parámetros de crecimiento para sexos combinados de Selene peruviana

	Sexo	Modelo	L_{∞}	k/g	L_0	AIC W
Frecuentista	Combinados	VB	42.17	0.27	5.36	1.00
		LOG	38.94	0.54	10.80	0.00
		GOM	39.66	0.42	8.97	0.00
		Modelo	L_{∞}	k/g	L_0	LOOIC _w
Bayesiano	Combinados	VB	40.71	0.35	0.00	1.00
		LOG	42.97	0.49	0.00	0.00
		GOM	43.92	1.00	0.01	0.00

Figura 4

Curvas de crecimiento de modelos frecuentistas y Bayesiano de Selene Peruviana



Peprilus medius

Para la especie *P. medius*, se registró un total de 590 ejemplares con un rango de tallas entre 14 y 31.5 cm de longitud total (LT), y una talla promedio de 22.07 ± 3.02 cm para sexos combinados. Las hembras presentaron una talla promedio de 21.97 ± 2.93 cm y los machos de 22.17 ± 3.11 cm LT. En el análisis multimodelo aplicado a *P. medius*, tanto los enfoques frecuentistas como bayesiano identificaron al modelo de von Bertalanffy como el mejor ajuste. Sin embargo, las estimaciones de los parámetros de crecimiento variaron significativamente entre ambos enfoques, destacando diferencias importantes en la representación del crecimiento de la especie.

En el enfoque frecuentista, el modelo de von Bertalanffy presentó el menor valor de AIC (1231.06), con parámetros estimados en $L_{\infty} = 48.57$ cm LT, $k = 0.14$ y $L_0 = 12.04$. Este modelo mostró un ajuste sólido a los datos observados, con una representación adecuada de las curvas de crecimiento. Por otro lado, el enfoque bayesiano seleccionó igualmente al modelo de von Bertalanffy como el mejor ajuste, con un valor de LOOIC de 1431.55. Sin embargo, los parámetros estimados por este enfoque fueron notablemente diferentes, con $L_{\infty} = 30.05$ cm LT, $k = 0.65$ y $L_0 = 0.00$ (Tabla 5). Estas diferencias resaltan la tendencia de los modelos bayesianos a estimar un menor tamaño asintótico y una tasa de crecimiento inicial más alta en comparación con los modelos frecuentistas.

El enfoque bayesiano mostró una capacidad superior para manejar la incertidumbre y capturar el crecimiento inicial de *P. medius*, lo que se refleja en las estimaciones de un coeficiente de crecimiento (k) más alto y una longitud al nacer (L_0) igual a cero. En contraste, el enfoque frecuentista estimó un mayor valor de L_{∞} , lo que podría representar una sobreestimación del tamaño máximo alcanzable. Aunque ambos enfoques coincidieron en

el modelo de mejor ajuste, los resultados obtenidos refuerzan la utilidad del enfoque bayesiano para describir las dinámicas de crecimiento en escenarios con alta variabilidad o datos limitados (Figura 5). Los análisis multimodelo para *P. medius* subrayan las diferencias entre los enfoques frecuentista y bayesiano, con el enfoque bayesiano proporcionando estimaciones más dinámicas y ajustadas al crecimiento inicial, mientras que el enfoque frecuentista tiende a priorizar una representación más general del crecimiento a largo plazo. Esto demuestra la importancia de considerar ambos enfoques en estudios de edad y crecimiento para interpretar mejor los patrones biológicos de las especies.

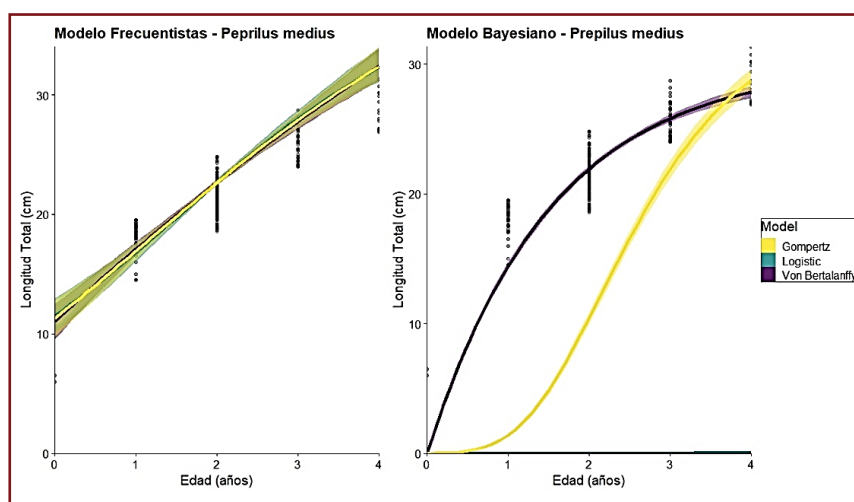
Tabla 5

*Análisis frecuentista y bayesiano de ajuste e inferencia multimodelo de parámetros de crecimiento para sexos combinados de *Peprilus medius**

Frecuentista	Sexo	Modelo	L_{∞}	k/g	L_0	AIC W
	Combinados	VB	38.57	0.14	12.04	0.88
		LOG	36.44	0.46	13.13	0.02
		GOM	40.16	0.30	12.72	0.10
Bayesiano		Modelo	L_{∞}	k/g	L_0	LOOIC _w
	Combinados	VB	30.05	0.65	0.00	1.00
		LOG	32.00	0.49	0.00	0.00
		GOM	33.70	1.00	0.01	0.00

Figura 5

*Curvas de crecimiento de modelos Frecuentistas y Bayesiano de *Peprilus medius**



Discusión

La comparación entre los enfoques frecuentista y bayesiano en los análisis multimodelo de crecimiento de peces y tiburones mostró patrones consistentes que resaltan las fortalezas del enfoque bayesiano para la interpretación biológica de los parámetros clave. Los resultados de esta investigación destacan la importancia de considerar múltiples enfoques para evitar sesgos y mejorar la calidad de los modelos, especialmente en especies donde el muestreo está limitado por la selectividad del equipo o la falta de datos representativos de todas las clases de edad.

Prionace glauca

El enfoque bayesiano proporcionó estimaciones más altas de la longitud asintótica (L_{∞}) y menores para la longitud al nacer (L_0) en comparación con los modelos frecuentistas, lo que indica que los modelos bayesianos son más adecuados para capturar las etapas avanzadas de crecimiento de esta especie. Según Smart et al. (2021), la capacidad del enfoque bayesiano para incorporar información previa sobre la biología de la especie mejora la interpretación de los datos en escenarios de muestreo sesgado. Esto se refleja en la capacidad del modelo bayesiano para manejar la incertidumbre, produciendo estimaciones de crecimiento más robustas y biológicamente plausibles. En contraste, los modelos frecuentistas tienden a subestimar L_{∞} , limitando su utilidad en análisis donde los datos carecen de representatividad de individuos mayores (Suarez et al., 2024).

Alopias pelagicus

En *A. pelagicus*, las diferencias entre los enfoques reflejaron las limitaciones de los modelos frecuentistas para ajustar los datos de manera precisa cuando los datos presentan alta variabilidad. Aunque ambos enfoques coincidieron en la selección del modelo logístico como el mejor ajuste, los valores de L_{∞} fueron consistentemente mayores en el enfoque frecuentista. Esto contrasta con estudios previos que muestran que los modelos frecuentistas pueden sobrestimar este parámetro en especies con baja representatividad de las clases de edad avanzada. Por otro lado, los valores de L_0 estimados por el modelo bayesiano fueron más bajos, alineándose mejor con la biología de la especie y resaltando la utilidad del enfoque bayesiano en escenarios con alta variabilidad en las etapas iniciales de crecimiento (Mejía et al., 2024).

Carcharhinus falciformis

Los resultados para *C. falciformis* mostraron que los modelos bayesianos proporcionaron un ajuste más biológicamente consistente en todas las categorías. La longitud asintótica (L_{∞}) estimada por el enfoque bayesiano fue significativamente mayor que la obtenida por el enfoque frecuentista, lo que destaca la capacidad del enfoque bayesiano para integrar incertidumbre y capturar la biología inherente de la especie. Según Smart et al. (2021), esta capacidad es especialmente útil cuando se trabaja con datos incompletos o sesgados, como en este caso. Además, los coeficientes de crecimiento (k) más bajos en los modelos bayesianos sugieren tasas de crecimiento más lentas, lo que podría reflejar de manera más precisa las dinámicas reales de la población.

Selene peruviana

En *S. peruviana*, ambos enfoques seleccionaron al modelo de von Bertalanffy como el más adecuado, pero los parámetros estimados difirieron considerablemente. Los modelos bayesianos ofrecieron ventajas significativas al proporcionar estimaciones más altas del coeficiente de crecimiento (k) y menores de L_0 , indicando un mayor ajuste a las etapas iniciales de crecimiento. Como señalan Smart et al. (2021), los enfoques bayesianos permiten integrar la biología específica de la especie mediante el uso de priors informativos, mejorando la robustez de las estimaciones, incluso en escenarios con datos limitados (Mendoza-Nieto & Carrera-Fernández, 2023).

Peprilus medius

Para *P. medius*, las estimaciones de L_{∞} y L_0 difirieron significativamente entre los enfoques. Los modelos bayesianos produjeron valores más bajos de L_{∞} y mayores de k , lo que sugiere un ajuste más preciso al crecimiento inicial. Estos resultados son consistentes con estudios que muestran cómo los modelos bayesianos superan las limitaciones de los modelos frecuentistas en especies con alta variabilidad en los datos o con datos sesgados hacia ciertas clases de edad. Los resultados de esta investigación refuerzan la utilidad de los análisis multimodelo y la incorporación del enfoque bayesiano en estudios de edad y crecimiento de peces y tiburones. La capacidad del enfoque bayesiano para manejar incertidumbre y considerar información previa permite estimaciones más biológicamente plausibles, especialmente en escenarios con datos sesgados o limitados. Esto resalta la importancia de implementar enfoques modernos, como los modelos bayesianos descritos por Smart et al. (2021), para avanzar en la comprensión de las dinámicas poblacionales y mejorar la gestión de recursos pesqueros (Mendoza-Nieto y Carrera-Fernández, 2023).

Conclusión

Se demostró que, la aplicación comparativa de enfoques frecuentistas y bayesianos en el análisis de edad y crecimiento de peces óseos y cartilaginosos aporta una perspectiva más amplia y robusta para interpretar dinámicas poblacionales. Entre las principales ventajas del enfoque bayesiano destaca su capacidad para incorporar información previa, manejar adecuadamente la incertidumbre y ofrecer estimaciones biológicamente más plausibles, especialmente en escenarios con muestreo sesgado o limitado. Esto contrasta con el enfoque frecuentista, que, si bien resulta útil en contextos con datos completos, tiende a subestimar o sobrestimar parámetros clave como la longitud asintótica (L_{∞}) y la longitud al nacer (L_0).

Una limitación del enfoque bayesiano es su mayor complejidad computacional y la necesidad de establecer distribuciones a priori adecuadas, lo cual puede influir en los resultados si no se justifica correctamente.

La integración de ambos enfoques mediante un análisis multimodelo fortalece la toma de decisiones en la gestión pesquera, mejorando la comprensión de los patrones de crecimiento de especies con estrategias de vida contrastantes.

Se destaca la importancia de adoptar metodologías modernas, como los modelos bayesianos, para mejorar la precisión y aplicabilidad de los modelos de crecimiento en recursos pesqueros diversos.

Referencias

- Anislado, V., Ortiz-Pérez, T., & González-Medina, G. (2016). *Breve manual de campo y laboratorio para la biología pesquera de peces*. PROMEP 2010. <https://www.researchgate.net/publication/313661908>
- Araya, M., & Cubillos, L. (2002). El análisis retrospectivo del crecimiento en peces y sus problemas asociados. *Gayana (Concepción)*, 66(2), 161-179. <https://dx.doi.org/10.4067/S0717-65382002000200010>
- Auguie, B., Antonov, A., (2017). *Package 'gridExtra'. Miscellaneous functions for "grid" graphics*. The Comprehensive R Archive Network. <https://doi.org/10.32614/CRAN.package.gridExtra>
- Blagotic, A., & Daróczi, G. (2015). *Package 'rapport'*. The Comprehensive R Archive Network. <https://doi.org/10.32614/CRAN.package.rapport>
- Díaz, C. (2007). *Viabilidad de la enseñanza de la inferencia bayesiana en el análisis de datos en psicología* [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. Digibug. <https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/1486/16582664.pdf?sequence=1>
- Díaz-Garzón, J., Fernández-Calle, P., & Ricós, C. (2020). Modelos para estimar la variación biológica y la interpretación de resultados seriados: bondades y limitaciones. *Advances in Laboratory Medicine*, 1(3), 20200017. <https://doi.org/10.1515/almed-2020-0017>
- Ebert, D., Dando, M., & Fowler, S. (2021). *Sharks of the World: A complete guide*. Princeton University Press. <https://acortar.link/mOMjWD>
- Efron, B. (2005). Bayesians, Frequentists, and Scientists. *Journal of the American Statistical Association*, 100(469), 1–5. <https://doi.org/10.1198/016214505000000033>
- Emmons, S., D'Alberto, B., Smart, J., & Simpfendorfer, C. (2021). Age and growth of tiger shark (*Galeocerdo cuvier*) from Western Australia. *Marine and Freshwater Research*, 72(7), 950-963. <https://doi.org/10.1071/MF20291>
- Gabry, J., & Mahr, T. (2018). *Bayesplot: Plotting for Bayesian Models. R package version 1.6. 0*. In. The Comprehensive R Archive Network. <https://doi.org/10.32614/CRAN.package.bayesplot>
- Gelman, A., & Shalizi, C. (2013). Philosophy and the practice of Bayesian statistics. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 66(1), 8-38. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8317.2011.02037.x>
- Guo, J., Gabry, J., Goodrich, B., & Weber, S. (2020). *Rstan: R Interface to Stan*. The Comprehensive R Archive Network.

<https://doi.org/10.32614/CRAN.package.rstan>

- Hanusz, Z., & Tarasińska, J. (2015). Normalization of the Kolmogorov–Smirnov and Shapiro–Wilk tests of normality. *Biometrical Letters*, 52(2), 85-93. <https://doi.org/10.1515/bile-2015-0008>
- Harris, N., Kauffman, M., & Mills, L. (2008). Inferences about ungulate population dynamics derived from age ratios. *The Journal of Wildlife Management*, 72(5), 1143-1151. <https://doi.org/10.2193/2007-277>
- Kareiva, P. (1990). Population dynamics in spatially complex environments: theory and data. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences*, (330), 175-190. <https://doi.org/10.1098/rstb.1990.0191>
- Kay, M. (2023). ggdist: Visualizations of Distributions and Uncertainty in the Grammar of Graphics. *IEEE transactions on visualization and computer graphics*, 30(1), 414–424. <https://doi.org/10.1109/TVCG.2023.3327195>
- Lilliefors, H. (1967). On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown. *Journal of the American Statistical Association*, 62(318), 399–402. <https://doi.org/10.2307/2283970>
- Lorenzen, K. (2005). Population dynamics and potential of fisheries stock enhancement: practical theory for assessment and policy analysis. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 360(1453), 171-189. <https://doi.org/10.1098/rstb.2004.1570>
- McKnight, P., & Najab, J. (2010). Kruskal-wallis test. *The corsini encyclopedia of psychology*, 1-1. <https://doi.org/10.1002/9780470479216.corpsy0491>
- Mejía, D., Mero-Jiménez, J., Briones-Mendoza, J., Mendoza-Nieto, K., Mera, C., Vera-Mera, J., Tamayo-Vega, S., Hernández-Herrera, A., & Galván-Magaña, F. (2024). Life history traits of the pelagic thresher shark (*Alopias pelagicus*) in the Eastern-Central Pacific Ocean. *Regional Studies in Marine Science*, 78, 103795. <https://doi.org/10.1016/j.rsma.2024.103795>
- Mendoza-Nieto, K., & Carrera-Fernández, M. (2023). *Contribución al conocimiento biológico y pesquero de especies bentopelágicas (Selene peruviana, peprilus medius), y su relación con la gestión pesquera ecuatoriana* [Tesis Doctoral, Universidad de Cadiz]. Rodin. <http://hdl.handle.net/10498/31676>
- Morales-Nin, B. (1992). *Determinación del crecimiento de peces óseos en base a la microestructura de los otolitos* (Vol. 322). Food and Agriculture Organization [FAO]. <https://acortar.link/mxZ3BX>
- Pedersen, T. (2019). *Patchwork: The Composer of Plots Package 'patchwork'*. The Comprehensive R Archive Network. <https://doi.org/10.32614/CRAN.package.patchwork>
- Rendón-Macías, M., Riojas-Garza, A., Contreras-Estrada, D., & Martínez-Ezquerro, J. (2018). Análisis bayesiano. Conceptos básicos y prácticos para su interpretación y uso. (2018). *Revista Alergia México*, 65(3), 285-298. <https://doi.org/10.29262/ram.v65i3.512>
- Robert, C. (2007). *The Bayesian choice: from decision-theoretic foundations to computational implementation* (Vol. 2). Springer. <https://link.springer.com/book/10.1007/0-387-71599-1>
- Smart, J. (2019). *AquaticLifeHistory: AquaticLifeHistory 1.0.5 (v1.0.5)*. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.10158084>
- Smart, J. (2023). *jonathansmart/BayesGrowth: BayesGrowth 1.0.0 (v1.0.0)*. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.10183128>
- Smart, J., & Grammer, G. (2021). Modernising fish and shark growth curves with Bayesian length-at-age models. *PloS one*, 16(2), e0246734. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0246734>
- Suárez, N., S., Zambrano, F., Mendoza-Nieto, K., & Briones-Mendoza, J. (2024). Age and growth of the blue shark *Prionace glauca* (Linnaeus, 1758) in the Ecuadorian Pacific: Bayesian multi-models. *Journal of Fish Biology*, 105(1), 34-45. <https://doi.org/10.1111/jfb.15755>
- Von Bertalanffy, L. (1938). A quantitative theory of organic growth (inquiries on growth laws. II). *Human Biology*, 10(2), 181–213. <http://www.jstor.org/stable/41447359>
- Wickham, H. (2011). ggplot2. *Wiley interdisciplinary reviews: computational statistics: WIREs Computational Statistics*, 3(2), 180-185. <https://doi.org/10.1002/wics.147>

- Wickham, H., Averick, M., Bryan, J., Chang, W., McGowan, L. D. A., François, R., et al. (2019). Welcome to the Tidyverse. *Journal of Open Source Software*, 4(43), 1686, <https://doi.org/10.21105/joss.01686>
- Wilcox, C., Mann, V., Cannard, T., Ford, J., Hoshino, E., & Pascoe, S. (2021). *A review of illegal, unreported and unregulated fishing issues and progress in the Asia-Pacific Fishery Commission region*. Food and Agriculture Organization [FAO]. <https://doi.org/10.4060/cb2640en>
- Wilke, C., Wickham, H., & Wilke, M. (2019). *Cowplot: Streamlined Plot Theme and Plot Annotations for 'ggplot2'*. The Comprehensive R Archive Network. <https://doi.org/10.32614/CRAN.package.cowplot>