

Modelamiento matemático de la mortalidad por COVID-19 en China

Mathematical modelling of COVID-19 mortality in China

Recibido: abril 28 del 2020 | Revisado: mayo 30 del 2020 | Aceptado: junio 12 del 2020

Marín-Machuca, Olegario^{1A}
Vargas Ayala, Jessica Blanca²
Marín-Sánchez, Ulert³
Alvarado Zambrano, Fredy Anibal⁴
Lon Kan Prado, Elena Elizabeth⁵
Marín-Sánchez, Obert⁵

ABSTRACT

The objective of the work was to develop a mathematical model to analyze the behavior of mortality in the People's Republic of China caused by COVID-2019. The logistic model was applied to the data reported in Table 1, between January 11 and April 12, 2020. The model formulated was linearized and presented in two forms, which, with the same value of B, introducing a correction factor for the independent variable, t, which serves as "period" and applying the method of minimum squares, the parameters A, k and r were determined, obtaining the respective model (Equation 10), which was analyzed with Pearson's correlation coefficient, obtaining the correlation coefficient $r=-0.9668$ and the determination coefficient $r^2 \times 100=93.48\%$; deducing the best estimate of the model to the process in modeling (Equation 10) to analyze the mortality phenomenon. Likewise, the mortality rate was evaluated, deriving, ordinarily, the best model (Equation 10), obtaining the speed model (Equation 11); describing the best behavior, determining that the maximum mortality rate was 118 persons/day, an event that occurred on 24 February 2020.

Keywords: behavior, coronavirus, logistical model, mortality.

RESUMEN

El objetivo del trabajo fue desarrollar un modelo matemático que permita analizar el comportamiento de la mortalidad en la República Popular de China ocasionado por COVID-2019. Se aplicó el modelo logístico para los datos reportados en la Tabla 1, entre 11 de enero y el 12 de abril del 2020. El modelo formulado fue linealizado y planteado en dos formas, las cuales, con el mismo valor de B, introduciendo un factor de corrección para la variable independiente, t, que hace las veces de "periodo" y aplicando el método de los mínimos cuadrados se determinó los parámetros A, k y r, obteniendo el respectivo modelo (Ecuación 10), que fue analizado con el coeficiente de correlación de Pearson obteniéndose el coeficiente de correlación $r=-0,9668$ y el coeficiente de determinación $r^2 \times 100=93,48\%$; deduciendo la mejor estimación del modelo al proceso en modelamiento (Ecuación 10) para analizar el fenómeno de mortalidad. Asimismo, se evaluó la velocidad de mortalidad, derivando, ordinariamente el mejor modelo (Ecuación 10), obteniendo el modelo de velocidad (Ecuación 11); describiendo el mejor comportamiento, determinando que la máxima velocidad de mortalidad fue de 118 personas/día, suceso que ocurrió el día 24 de febrero de 2020.

Palabras clave: comportamiento, coronavirus, modelo logístico, mortalidad.

¹Departamento Académico de Ciencias Alimentarias, Facultad de Oceanografía, Pesquería, Ciencias Alimentarias y Acuicultura, Universidad Nacional Federico Villarreal. Lima, Perú.

²Departamento Académico de Acuicultura, Facultad de Oceanografía, Pesquería, Ciencias Alimentarias y Acuicultura, Universidad Nacional Federico Villarreal. Lima, Perú.

³Dirección General de Asuntos Ambientales. Ministerio de la Producción (PRODUCE). Lima, Perú.

⁴Departamento Académico de Ingeniería e Industrias Alimentarias, Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo. Huaraz, Perú.

⁵Vicepresidencia de Investigación, Universidad Nacional Tecnológica de Lima Sur. Villa El Salvador. Lima, Perú

^A ORCID: 0000-0002-0515-5875

Correspondencia: omarin@unfv.edu.pe

DOI: <http://dx.doi.org/10.24039/cv202081762>



Introducción

El comportamiento epidemiológico de los virus de importancia en salud pública responde a factores ambientales, sociales, económicos y biológicos; además de modelar y analizar matemática y estadísticamente, los fenómenos de epidemiológicos; entre otros (Bowman & Russell, 2009). La evolución de esta pandemia requiere comprender los mecanismos que fomentan su comportamiento esencialmente para este estudio en términos de mortalidad ya que es diferente y heterogeneidad incluso entre países (Medeiros de Figueiredo *et al.*, 2020).

Existen diferentes modelos donde los escenarios son limitados, caracterizándolos por el tipo de control de las variables a analizar dentro del modelo, estos a su vez lo podemos establecer en dos grandes grupos, los determinísticos donde se controlan los factores que intervienen en el estudio, y los modelos estocásticos donde no es posible controlar los factores que intervienen y los resultados no son únicos. Por lo tanto, un modelo matemático, del tipo logístico, es una herramienta que nos ayuda a estudiar los problemas derivados de las enfermedades y cuyo objetivo es describir, explicar y predecir fenómenos, como las epidemias en áreas geográficas definidas, para entender, a su vez, la dinámica de la dispersión y en este caso de mortalidad, de la enfermedad entre la población en varios escenarios, que requieren modelar, y para profundizar utilizar las herramientas del análisis infinitesimal (Florencio, 2020).

Los modelos matemáticos logísticos se pueden establecer con indicadores previamente elaborados, por ejemplo, el número de casos fallecidos por COVID-19 causada por SARS-CoV2; y de sucesos previamente establecidos (brotes anteriores) en los cuales es clave precisar la tasa de reproducción básica o constante de proporcionalidad de los modelos logísticos (k), la patogenicidad, la duración, la letalidad y la mortalidad en poblaciones definidas (Manrique, *et al.*, 2020).

El estudio tiene por objetivo analizar el comportamiento de la mortalidad asociada a COVID-19 y desarrollar un modelo matemático que permita analizar y explicar este fenómeno en República Popular de China durante la pandemia.

Materiales y Métodos

Los datos de fallecidos por COVID-19 en la República Popular de China fueron obtenidos en el sitio **Data on COVID-19** (Beltekian D. *et al.*, 2020), considerando los fallecidos entre el 11 de enero y 12 de abril del 2020 mostrados en la Tabla 1 y Figura 1. Cabe indicar que se consideraron como fechas de inicio (11/01/2020) debido a que el fenómeno de mortalidad dejó de ser un periodo de latencia y era notorio el crecimiento exponencial de la mortalidad; mientras que la fecha final (12/04/2020) fue considerada por razones logísticas (la mortalidad resultó ser de tendencia muy baja). Representando la Figura 1 (número de fallecidos, N vs el tiempo transcurrido, t (días)), se deduce que, dicha representación sigue una tendencia logística (Bronshtein & Semendiaev, 2018; Marín-Machuca *et al.*, 2020), y un modelo matemático que adopta la forma:

$$N = \frac{B}{1 + A \times e^{-k \times t}} \dots (1)$$

Para determinar el modelo matemático (ecuación 1) se determinará el valor de B , que se define como un factor de corrección del fenómeno, presentando un gran aporte al modelamiento matemático (Bronshtein & Semendiaev, 2018), definido por la expresión:

$$B = \frac{N_1 \times N_2 - N_3^2}{N_1 + N_2 - 2N_3} \dots (2)$$

El valor de B es un parámetro de suma importancia en los modelos logísticos, de tal manera que en esta oportunidad estima el valor máximo de personas que podrían llegar a morir en la República Popular de China, razón por la cual será mayor que el último valor de tabla 1 (3345 personas fallecidas). El valor de B se obtendrá con los valores del número de fallecidos el 10 de febrero de 2020 (debido a que en esta fecha el proceso deja de ser latente y pasa hacer exponencial) (909 fallecidos, N_1), el 12 de abril de 2020 (3345 fallecidos, N_2) y el 12 de marzo (3172 fallecidos, N_3 ; respectivamente. Según Bronshtein & Semendiaev (2018) el valor de N_3 será calculado para el correspondiente valor medio entre el día 31 (10/02/2020) y el día 93 (12/04/2020), es decir para el día 62 (12/03/2020).

Tabla 1

Datos de fallecidos por COVID-19 en la República Popular de China. Fuente: Sitio web Data on COVID-19

Día	Fecha	Total de Fallecidos	Día	Fecha	Total de Fallecidos	Día	Fecha	Total de Fallecidos
1	2020-01-11	1	32	2020-02-11	1017	63	2020-03-13	3179
2	2020-01-12	1	33	2020-02-12	1114	64	2020-03-14	3194
3	2020-01-13	1	34	2020-02-13	1368	65	2020-03-15	3203
4	2020-01-14	1	35	2020-02-14	1381	66	2020-03-16	3216
5	2020-01-15	2	36	2020-02-15	1524	67	2020-03-17	3225
6	2020-01-16	2	37	2020-02-16	1666	68	2020-03-18	3241
7	2020-01-17	2	38	2020-02-17	1771	69	2020-03-19	3249
8	2020-01-18	2	39	2020-02-18	1869	70	2020-03-20	3253
9	2020-01-19	3	40	2020-02-19	2008	71	2020-03-21	3259
10	2020-01-20	3	41	2020-02-20	2120	72	2020-03-22	3265
11	2020-01-21	6	42	2020-02-21	2238	73	2020-03-23	3274
12	2020-01-22	17	43	2020-02-22	2347	74	2020-03-24	3281
13	2020-01-23	17	44	2020-02-23	2445	75	2020-03-25	3285
14	2020-01-24	26	45	2020-02-24	2595	76	2020-03-26	3291
15	2020-01-25	41	46	2020-02-25	2665	77	2020-03-27	3296
16	2020-01-26	56	47	2020-02-26	2717	78	2020-03-28	3299
17	2020-01-27	81	48	2020-02-27	2746	79	2020-03-29	3304
18	2020-01-28	106	49	2020-02-28	2790	80	2020-03-30	3306
19	2020-01-29	132	50	2020-02-29	2837	81	2020-03-31	3309
20	2020-01-30	170	51	2020-03-01	2872	82	2020-04-01	3310
21	2020-01-31	213	52	2020-03-02	2914	83	2020-04-02	3316
22	2020-02-01	259	53	2020-03-03	2946	84	2020-04-03	3326
23	2020-02-02	304	54	2020-03-04	2983	85	2020-04-04	3330
24	2020-02-03	361	55	2020-03-05	3014	86	2020-04-05	3333
25	2020-02-04	426	56	2020-03-06	3044	87	2020-04-06	3335
26	2020-02-05	492	57	2020-03-07	3072	88	2020-04-07	3335
27	2020-02-06	564	58	2020-03-08	3099	89	2020-04-08	3337
28	2020-02-07	637	59	2020-03-09	3122	90	2020-04-09	3339
29	2020-02-08	723	60	2020-03-10	3139	91	2020-04-10	3340
30	2020-02-09	812	61	2020-03-11	3161	92	2020-04-11	3343
31	2020-02-10	909	62	2020-03-12	3172	93	2020-04-12	3345

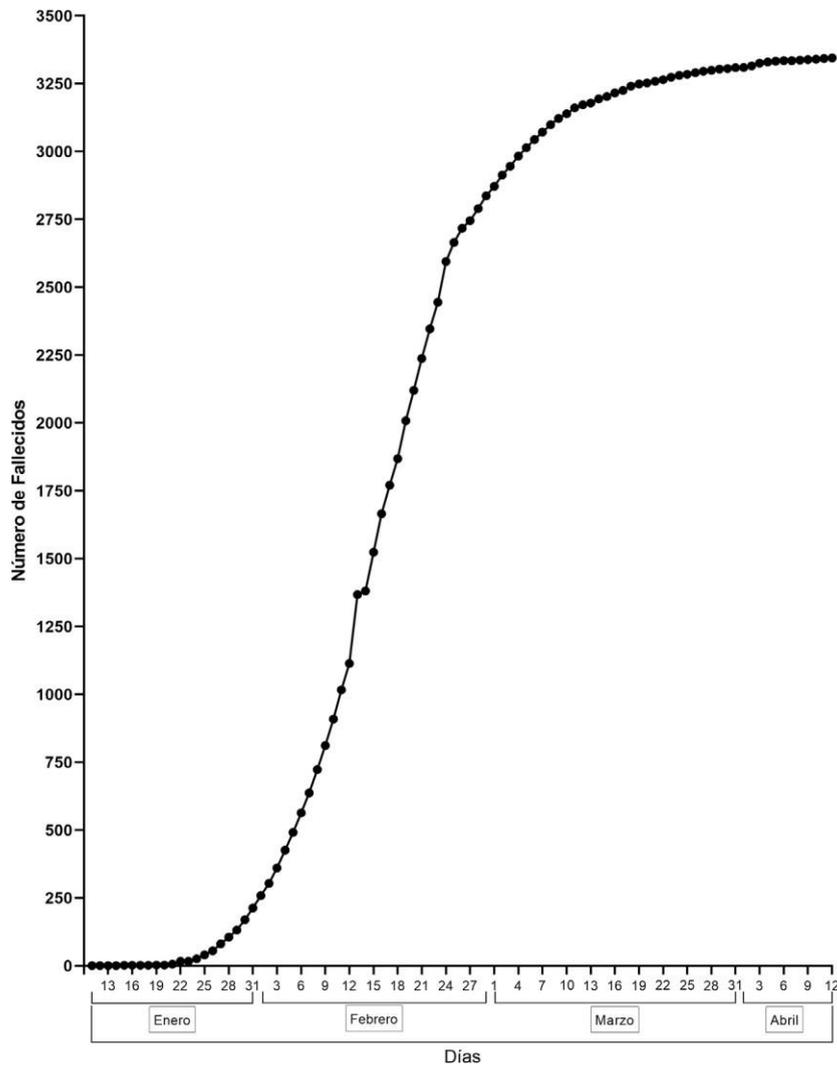


Figura 1. Comportamiento del número de fallecidos en China, N; en función del tiempo transcurrido t, (días). La imagen muestra la dispersión de casos (N), de fallecidos en la República Popular de China, frente al tiempo transcurrido (t), días. La Figura 1 proviene de la representación de los datos de la Tabla 1.
Fuente: Sitio web Data on COVID-19.

Cabe mencionar que en este trabajo el dato se encuentra en la Tabla 1 (si el dato correspondiente no estuviera en tabla, se tienen que usar el método numérico de interpolación de Lagrange). Luego que se obtenga el valor de B y realizando una herramienta matemática elemental, como es la linealización de expresiones matemáticas (Marín, 1996); la ecuación (1) queda expresada de la siguiente forma:

$$\ln\left(\frac{B}{N} - 1\right) = \ln A - k \times t \dots (3)$$

Esta expresión (ecuación 3) es de forma lineal, la misma que será aplicada a los datos de la Tabla 1, realizando su análisis de regresión lineal (Gujarati & Porter, 2018), obteniendo los parámetros A, k y su coeficiente de correlación r de Pearson. El modelo (ecuación 1), será derivado ordinariamente, llegando

a determinar un modelo de velocidad de mortandad de las personas en la República Popular de China por COVID-19 vs el tiempo transcurrido t, (días), expresado por:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{B \times A \times k \times e^{-k \times t}}{(1 + A e^{-k \times t})^2} \dots (4)$$

La ecuación (4), que representará la velocidad de fallecidos en función del tiempo transcurrido, tendrá un comportamiento parabólico. Igualando a cero, la derivada de la ecuación (2), se podrá evaluar el tiempo crítico t_c (días), necesario para estimar la mortandad máxima de personas; es decir:

$$t_c = -\frac{1}{k} \ln(A)^{-1} \dots (5)$$

Los gráficos fueron realizados usando el programa GraphPad Prism 6.

Aspectos éticos:

El presente estudio ha cumplido con toda la normatividad nacional e internacional en el ámbito ético, tomando los datos del sitio **Data on COVID-19** (Beltekian *et al.*, 2020), de acceso público y abierto.

Resultados:

Para de determinar el modelo matemático (ecuación 1), se determinó el valor de B, que se define como un factor de corrección del fenómeno. Dicho valor fue:

$$B = \frac{909 \times 3345 - 3172^2}{909 + 3345 - 2 \times 3172} = 3359,32$$

Obtenido el valor de B=3359,32 y linealizando la Ecuación (1), después de realizar operaciones simples, queda la expresión:

$$\ln\left(\frac{3359,32}{N} - 1\right) = \ln A - k \times t \dots (6)$$

Esta expresión (ecuación 6) es de forma lineal. La Ecuación 6 se aplicó a los datos de la Tabla 1, sometiendo dichos datos a un análisis de regresión lineal simple, obteniendo los parámetros A y k; además de su coeficiente de correlación r de Pearson, resultando la expresión:

$$N = \frac{3359,32}{1 + 583,60065 \times e^{-0,1405264 \times t}} \dots (7)$$

Con un coeficiente de correlación de Pearson de $r = -0,9660$ y coeficiente de determinación de $r^2 = 0,9331$. Los datos de mortalidad y el modelo predictivo (Ecuación 7), son representados en la Figura 2.

Este modelo se derivó ordinariamente, llegando a determinar un modelo de velocidad de mortalidad de las personas (dN/dt) en la República Popular de China por del COVID-19 vs el tiempo transcurrido t , (días), expresado por:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{275502,1949 \times e^{-0,1405264 \times t}}{(1 + 583,60065 e^{-0,1405264 \times t})^2} \dots (8)$$

La ecuación 8, que representa la velocidad de fallecidos en función del tiempo transcurrido, tendrá un comportamiento parabólico, mostrado en la Figura 3. Igualando a cero, la derivada de la ecuación 8, se ha evaluado el tiempo crítico t_c (días) necesario para estimar la mortalidad máxima de personas; es decir:

$$t_c = -\frac{1}{0,1405264} \ln$$

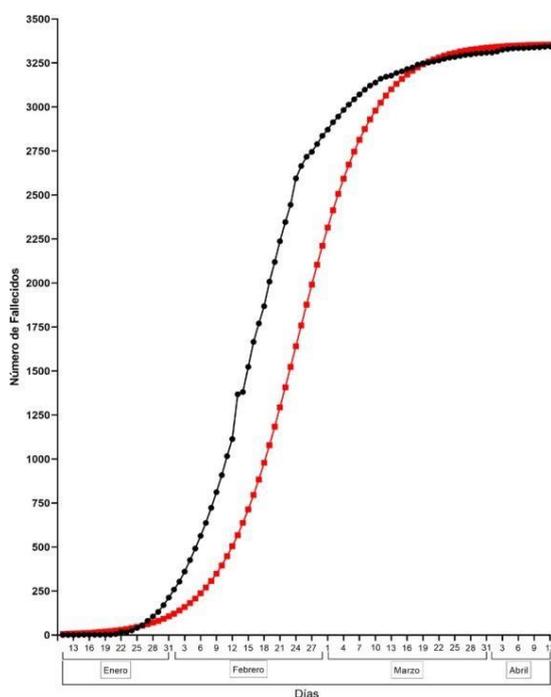


Figura 2. Representación del número de fallecidos en función del tiempo transcurrido (data color azul; modelo color rojo), mostrando la comparación entre los casos reportados en la República Popular de China y el modelo (ecuación 7), N, ambos frente al tiempo transcurrido (t), días.

Como se puede apreciar, la Figura 2 muestra un efecto denominado “bucle”, similar a un fenómeno de histéresis. Referente a este efecto se optó por realizar un factor de corrección (“periodo”) para la variable independiente t . Para dicho propósito se evaluó un parámetro T , que hace las veces de periodo, dado por la expresión:

$$T = \frac{\sum_{t=22}^{t=59}(N-f(t))}{38} = \frac{270,81}{38} = 7,1216$$

Con este valor de $T=6,8743$, la Ecuación (6) queda expresada, como:

$$\ln\left(\frac{3359,32}{N} - 1\right) = \ln A - k \times (t + 7,1216) \dots (9)$$

Deducida y analizada la ecuación 9 por análisis de regresión lineal simple, se tiene el modelo predictivo, que describe el número de fallecidos en la República de China, N , en función del tiempo transcurrido, t (días), es decir:

$$N = \frac{3359,32}{1+583,60065 \times e^{-0,1405264 \times (t+7,1216)}} \dots (10)$$

Con un coeficiente de correlación de Pearson de $r=0,9668$ y coeficiente de determinación de $r^2=0,9347$. Los datos de mortalidad y el modelo estimado (Ecuación 10), son representados en la Figura 3.

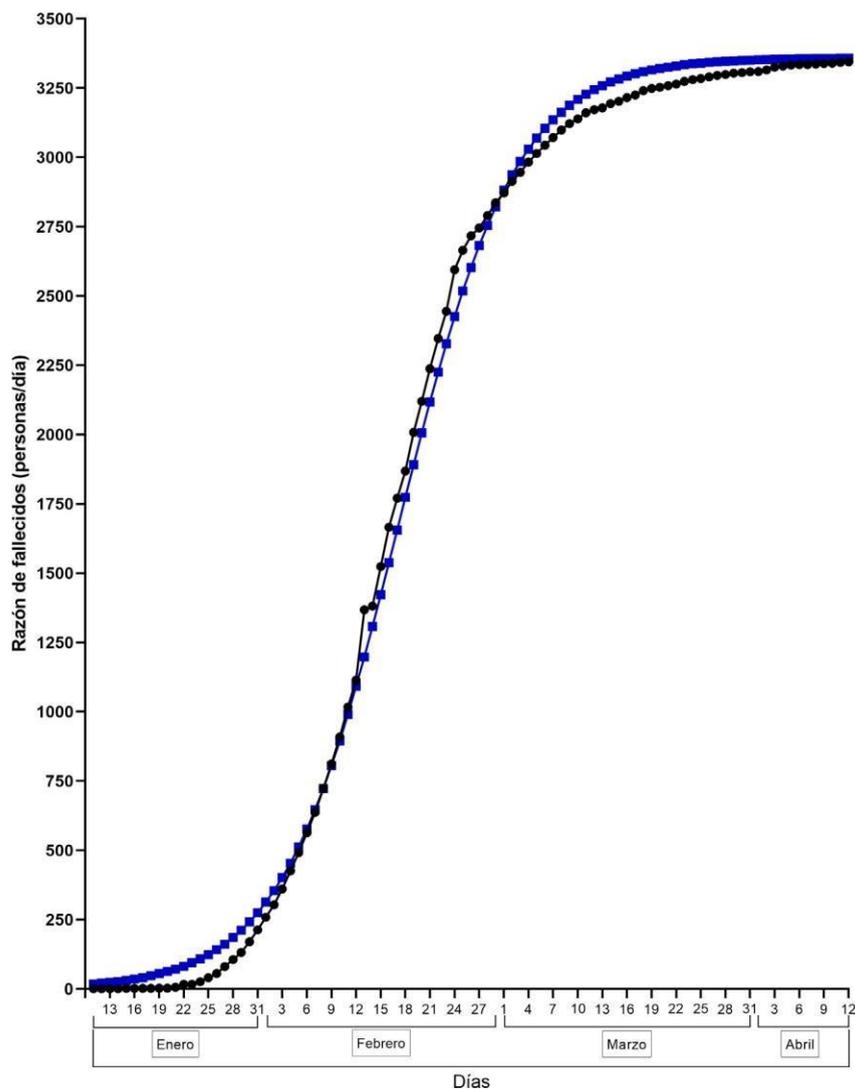


Figura 3. Representación del número de fallecidos en función del tiempo transcurrido (data color negro y modelo 10 color azul), mostrando la comparación entre los casos reportados en la República Popular de China y el modelo corregido (ecuación 10), N , ambos frente al tiempo transcurrido (t), días.

Derivando la ecuación (10); resulta una segunda ecuación de velocidad de mortandad de las personas (dN/dt) en la República Popular de China por COVID-19 vs el tiempo transcurrido t , (días), expresado por:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{275502,1949 \times e^{-0,1405264 \times (t+7,1216)}}{(1+583,60065 \times e^{-0,1405264 \times (t+7,1216)})^2} \dots (11)$$

Las gráficas de velocidad de la ecuación (8) y ecuación (11) (Figura 4) dan como resultado comportamientos idénticos, en cuanto a valores de velocidad para cualquier tiempo transcurrido.

Igualando a cero, la derivada de la ecuación 11, se ha evaluado el tiempo crítico t_c (días) necesario para estimar la mortandad máxima de personas, resultando dicho valor igual al valor de la ecuación 8; es decir:

$$t_c = \frac{-1}{0,1405264} \ln$$

El tiempo crítico t_c , fue evaluado según la ecuación (5), para la ecuación 8 y ecuación 11, siendo 45,3325 días, obteniendo una velocidad máxima de 118 de fallecidos/día, ocurrido el día 24 de febrero del presente año

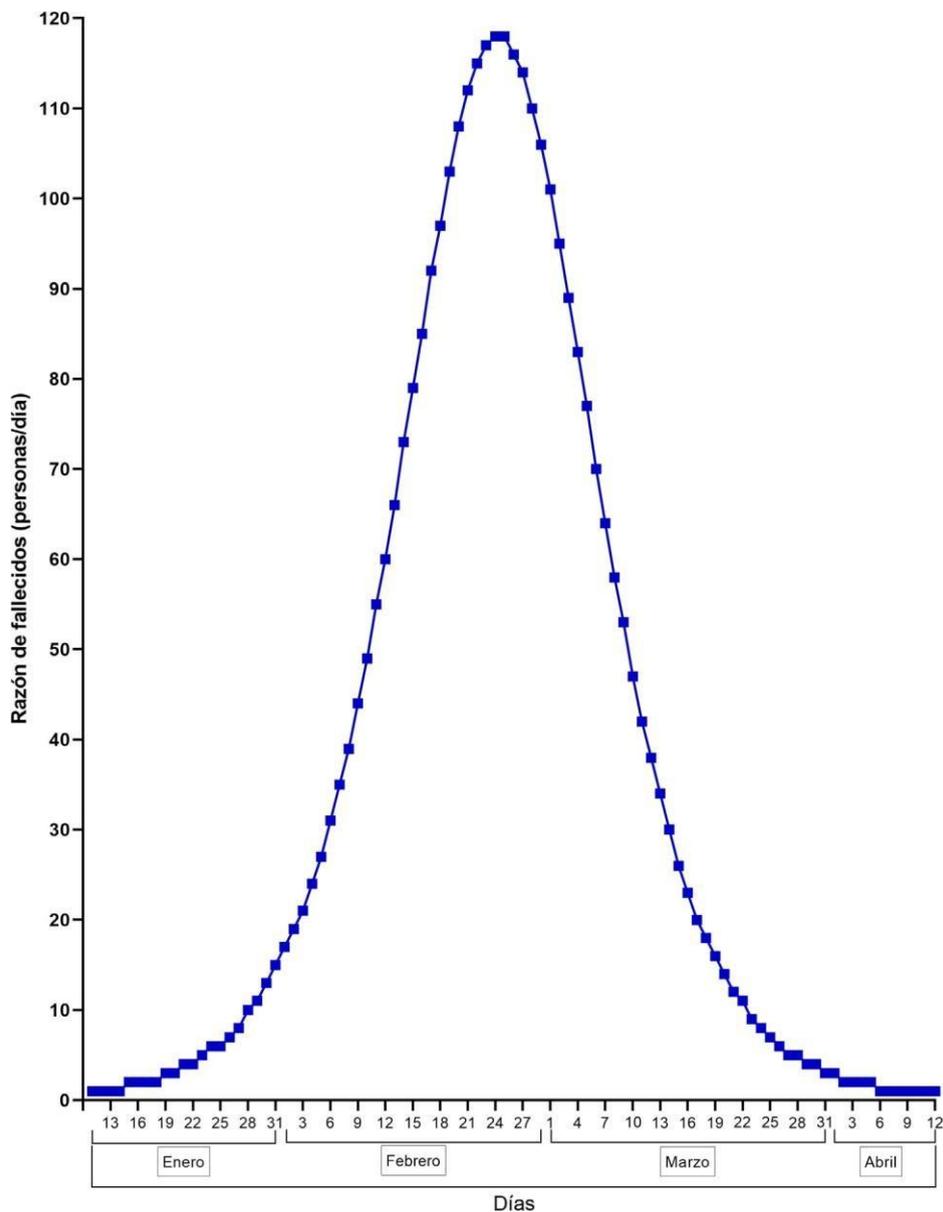


Figura 4. Comportamiento de la razón (velocidad) del número de personas fallecidas en función del tiempo transcurrido, mostrando el comportamiento del número de fallecidos/día y el tiempo transcurrido (t), días.

Discusión

El valor de $B=3359,32$ es un parámetro importante que predice el posible número máximo de infectados que podría ocurrir, analizando e interpretando al fenómeno que tiene un carácter asintótico superior, coincidiendo con lo reportado por Bronshtein & Semendiaev (2018). Este valor de $B=3359,32$ resultó ser mayor que el último valor de los datos registrado en la Tabla 1, valor esperado por el carácter asintótico del modelo. Para modelos logísticos, la linealización matemática resulta ser de gran aplicabilidad y de reducción de la dificultad para modelos no lineales.

Al modelar matemáticamente casos y fenómenos que contengan la función exponencial $y=Axe^{(k \cdot t)}$; se induce a evaluar los valores de la constante de proporcionalidad de los modelos logísticos (k) o razón de cambio, coincidiendo con lo reportado por Manrique, *et. al.*, (2020).

Los modelos de estimación (Ecuación 7 y Ecuación 10); ilustrados en las Figuras 2 y 3, tienen coeficientes de correlación r bastantes próximos y aceptables a su vez. Los modelos de velocidad (número de fallecidos por día), (Ecuación 8 y Ecuación 11), ilustrados en la Figura 4, tienen una muy buena, por no decir perfecta, similitud en sus comportamientos. El tiempo crítico, t_c , para ambos modelos (Ecuación 8 y Ecuación 11), resultó ser el mismo valor, es decir 45,3 días.

Los modelos estimados (ecuación 7 y ecuación 10) son logísticos y describen bastante bien el fenómeno de mortandad en la República Popular de China, encontrando muy buena concordancia modelística con lo mencionado por Florencio (2020). Los modelos matemáticos logísticos, una vez obtenidos, pueden seguir procesos de análisis e interpretación, como es la derivada de modelos (ecuación 8 y ecuación 11), para analizar la velocidad del número de fallecidos/día, y la segunda derivada de los modelos (ecuación 8 y ecuación 11), se igualan a cero, para poder precisar el valor del tiempo crítico, y predecir la fecha que se produjo la máxima velocidad de mortandad y la cantidad de esta, corroborando con lo mencionado por Bowman & Russell (2009).

Finalmente, la Figura 2 ilustra la representación de los datos reportados en el primer modelo (ecuación 7); mientras que en la Figura 3 se observa los datos reportados y el segundo modelo con el valor corregido ($T=7,1216$) (ecuación 10); mostrando que este modelo

cumple con el objetivo principal planteado.

Referencias

- Beltekian D., Gavrilov D., Hasell J., Macdonald B., Mathieu E., Ortiz-Ospina E., Ritchie H., Roser M. (2020). *Data on COVID-19 by Our World in Data*. GitHub. Retrieved April 26, 2020, from <https://github.com/owid/covid-19-data>
- Bowman B. A. & Russell R. M. (2019). Conocimientos actuales sobre Nutrición. Instituto Internacional de Ciencias de la Vida. Organización Panamericana de la Salud. Organización Mundial de la Salud. EUA.
- Bronshtein, I. & Semendiaev K. (2018). Manual de matemáticas para Ingenieros y Estudiantes. 4ª Edición. Editorial Mir. Moscú. URSS.
- Doran, P. M. (2015). Principios de Ingeniería de los Bioprocesos. Zaragoza. España: Editorial Acribia S.A.
- Florencio, C. F. (2020). Cálculos estadísticos sobre un modelo cerrado SIR extrapolando datos del actual brote de Coronavirus a un escenario de población mexicana, Alcaldía Magdalena Contreras. Servicios de Salud Pública CDMX. México.
- Gujarati, D. N. & Porter, D. C. (2018). Econometría. 8ª Edición. Impreso por Programas Educativos S. A. México: Editorial Mac Graw Hill.
- Joint National Committee on Prevention, Detection, Evaluation, and Treatment of High Blood Pressure. (2000). The sixth report of the Joint National Committee on Prevention, Detection, Evaluation, and Treatment of High Blood Pressure. Editorial Hispano-Americans de la Salud. EUA.
- Kathleen, L. M. & Scott-Stump, S. (2009). Krause Dietoterapia. 12a Edición. Masson. Barcelona. España.
- Manrique, A. F. G., *et. al.*, (2020). Modelo SIR de la Pandemia de COVID-19 en Colombia. Rev. Salud Pública. Vol. 22 no.1 Bogotá. <http://dx.doi.org/10.15446/rsap.v22.85977>

Marín-Machuca, O. (1996). Reología Física de la Leche Concentrada. Tesis para optar al Grado Académico de Magister en Ciencias, Especialidad Tecnología de los Alimentos. Universidad Nacional Federico Villareal. Lima. Perú.

Marín-Machuca, O., Zambrano-Cabanillas, A. W., García-Talledo, E. G., Ortiz-Guizado, J. I., Vivas-Ruiz, D. E., & Marín-Sánchez, O. (2020). Modelamiento matemático del comportamiento epidemiológico de la pandemia COVID-19 en China. *The Biologist*, 18(1). <https://doi.org/10.24039/rtb2020181473>

Medeiros de Figueiredo, A., Daponte, A., Moreira Marculino de Figueiredo, D. C., Gil-García, E., & Kalache, A. (2020). Letalidad del COVID-19: ausencia de patrón epidemiológico. *Gaceta Sanitaria / S.E.S.P.A.S.* <https://doi.org/10.1016/j.gaceta.2020.04.001>

Rohde, R. (2020). 2019 Novel Coronavirus (2019-nCoV) Update: Uncoating the Virus. Translational Health Research Initiative at Texas State University. Clinical & Public Health Microbiology. American Society for Microbiology. Volume 33(4), Pages 891-905. <https://doi.org/10.1016/j.idc.2019.08.001>.