

# La maximización del bienestar económico de la sociedad. Una revisión del óptimo bienestar

## The maximization of the economic welfare of the society. A review of the well-being optimum

Recibido: 11 julio de 2017 | Revisado: 23 octubre de 2017 | Aceptado: 20 noviembre de 2017

ANDRÉS BELLIDO FLORES<sup>1</sup>

### ABSTRACT

It is not the search for economic efficiency or general welfare that moves individuals to produce and carry out exchanges, but the search for their own welfare. In general, in a market economy people freely produce and exchange goods and services with the sole objective of maximizing their utility. This is the approach to competitive equilibrium, which is characterized by the fact that the profits of individuals are independent of each other. However, under this concept is not taken into account that the decisions of consumption of individuals, not only depends on their level of income but also depend on the decisions made by others. This is obviously an externality in consumption and it is precisely the nature of this externality that generates changes in the level of welfare of society that cannot be explained with the standard model. The latter is the idea that is explored in this investigation.

*Key words:* social welfare, utility, Pareto optimum

### RESUMEN

No es la búsqueda de la eficiencia económica ni el bienestar general lo que mueve a los individuos a producir y realizar intercambios sino la búsqueda de su propio bienestar. En general, en una economía de mercado las personas producen e intercambian bienes y servicios libremente con el único objetivo de maximizar su utilidad. Este es el enfoque del equilibrio competitivo, que se caracteriza por que las utilidades de los individuos son independientes entre sí. Sin embargo, bajo este concepto no se tiene en cuenta que las decisiones de consumo de los individuos, no solo depende de su nivel de ingreso sino que dependen también de las decisiones que tomen los demás. Esto es obviamente una externalidad en el consumo y es precisamente la naturaleza de esta externalidad la que genera cambios en el nivel de bienestar de la sociedad que no se pueden explicar con el modelo estándar. Esto último es la idea que se explora en esta investigación.

<sup>1</sup> Universidad Nacional San Luis Gonzaga de Ica,  
Perú  
E-mail: andresb2\_bf@hotmail.com

*Palabras clave:* bienestar social, utilidad, óptimo de Pareto

## Introducción

La mayor parte del interés en la ciencia económica, en última instancia, es contribuir a mejorar el bienestar de la humanidad, de un país, o de un grupo de personas. Su utilidad proviene de su capacidad de proveernos de herramientas analíticas para formular políticas económicas y sociales que permitan incrementar el nivel de bienestar de la sociedad. De esta manera, el bienestar de individuos y de la sociedad, en su conjunto, ocupa un lugar central en el análisis económico.

Incrementar el nivel del bienestar se ha convertido en una tarea difícil para la sociedad y en algunos casos en un problema cuya solución pasa del ámbito de la teoría económica a la esfera de la decisión política, la disposición de implementar medidas y reformas que, muy probablemente, tendrían impactos positivos sobre un sector de la población y negativos sobre otros. Esto es a lo que se denomina óptimo de Pareto, el cual se da en un marco de competencia perfecta, es decir, un mercado exento de externalidades.

Se define una externalidad como un costo o beneficio que afecta a consumidores y productores, los cuales no están generados por sus propios niveles de consumo o producción. Parkin (2010) afirmaba que:

*El costo o beneficio que surge de la producción y recae sobre una persona distinta del productor se denomina externalidad, así como el costo o beneficio que surge del consumo y que recae sobre una persona distinta del consumidor. Cuando una externalidad impone un costo la denominamos externalidad negativa, y cuando proporciona un beneficio la llamamos externalidad positiva. Por lo tanto, existen cuatro tipos de externalidades: Externalidades negativas de producción. Externalidades negativas de consumo. Externalidades positivas de producción. Externalidades positivas de consumo (p. 374).*

En este sentido, la teoría económica asume indistintamente las externalidades positivas y negativas como fallas de mercado. Se supone que los mercados competitivos solo son eficientes bajo el supuesto de que no hay efectos externos en el consumo y la producción, es decir la ausencia total de externalidades.

Este trabajo parte de la limitación que impone el estudio restrictivo del óptimo del bienestar desarrollado en la teoría microeconómica, más específicamente en la economía del bienestar, la cual se ha limitado a realizar un análisis de la maximización del bienestar en función de mercados competitivos, que se caracterizan por la ausencia de externalidades, sin poder formalizar un modelo de optimización del bienestar en un mercado de competencia imperfecta que incluya estas “fallas de mercado” dejando al gobierno la tarea de corregir estas “fallas” de una manera artificial. Por lo tanto, es válido y se hace necesario ampliar el marco analítico de la determinación del óptimo del bienestar social teniendo en cuenta el razonable punto de partida de un mercado de competencia imperfecta.

Se analiza la incorporación de una falla de mercado en el modelo de maximización del bienestar, que en este caso es una externalidad. Como se había mencionado las externalidades pueden ser negativas o positivas; sin embargo, es preciso aclarar que son las externalidades negativas las más ampliamente estudiadas mientras que los estudios sobre la contribución de las externalidades positivas al crecimiento y el bienestar de la sociedad aún son escasos.

Existe un relativo consenso sobre el concepto de que el cambio de un estado económico a otro es deseable socialmente si no se reduce la utilidad de ningún individuo y se aumenta por lo menos la de algún otro. O dicho de otra manera, lo que establece la teoría clásica del bienestar es que una vez llegado al óptimo si se aumenta el bienestar de un individuo se reduce, necesariamente, el de otro. Esto es a lo que se denomina óptimo de Pareto.

El objeto de la economía del bienestar es la valoración de la deseabilidad social de cada uno de los alternativos estados económicos. Consiste en determinar si el cambio de una asignación específica a otra es socialmente deseable. Muchos economistas están de acuerdo en que un movimiento es deseable si no se reduce la utilidad de nadie y se aumenta por lo menos la de una persona (Henderson & Quandt, 1981)

Esto es a lo que los economistas denominan una mejora en el sentido de Pareto. La sociedad no es independiente del grupo de individuos que la componen, de manera que cualquier noción de bienestar debe considerar el bienestar de cada uno de sus miembros, lo que entendemos, como que todo individuo se comporta de manera coherente con su bienestar y, por tanto, su bienestar aumenta si y solo si su utilidad lo hace. Resulta obvio que el bienestar social tiene que ver con el bienestar de las personas.

La noción de bienestar es sin duda compleja. Una persona o un grupo de personas no se sienten bien si no ha satisfecho sus necesidades básicas, pero el bienestar también está relacionado con la seguridad, las relaciones afectivas que se establecen, la opinión de uno mismo es decir la autoestima, etc. La noción de bienestar de la sociedad depende en su más amplio sentido de los niveles de satisfacción de todos los individuos que la conforman. En este sentido, una nueva generación de economistas ha ido más allá y traspasado las fronteras de la ciencia económica intentando dar solidez a conceptos como el “Bienestar subjetivo” o “función de felicidad de la sociedad”, que tienen que ver más con el campo de la psicología, la sociología o la religión. Si bien es cierto que el estudio del bienestar social puede ser abordado desde distintos puntos de vista como el político, filosófico, psicológico, religioso, ético o moral y de hecho sirven todos por igual, dependen de la parte del bienestar que nos interesa. Es preciso hacer notar que es el bienestar desde el punto de vista económico, el que es relevante para esta investigación.

Desde el punto de vista económico y siguiendo a Bergson (1938) se puede afirmar que entre los elementos que afectan al bienestar de la sociedad durante cualquier período de tiempo determinado están las cantidades de cada uno de los factores de producción, distintos de los laborales, empleado en las unidades de producción diferentes, las cantidades de los diversos productos consumidos, las cantidades de los diferentes tipos de trabajo realizado y la unidad de producción para que este trabajo sea efectuado por cada individuo en la comunidad durante ese período de tiempo:

Among the elements affecting the welfare of the community during any given period of time are the amounts of each of the factors of production, other than labor, employed in the different production units, the amounts of the various commodities consumed, the amounts of the different kinds of work done, and the production unit for which this work is performed by each individual in the community during that period of time. If we use A and B to denote the two kinds of labor; C and D to denote the two factors of production other than labor; and X and Y to denote the two consumers' goods (p. 311).

Es concebible que las variaciones en las cantidades de los bienes, las cantidades de trabajo de cada tipo, y las cantidades de factores no laborales en cada una de las unidades de producción también tendrá un efecto directo e indirecto en el bienestar, pero para relativamente pequeños cambios en estas variables, otros elementos del bienestar no se verán considerablemente afectados. Por lo que esto es un análisis parcial.

Por otro lado, Arrow planteó el problema de la imposibilidad que muestra que cualquier mecanismo de decisión social, es incompatible con la democracia y que no existe ningún sistema perfecto para sumar las preferencias de los individuos para hallar preferencias sociales. En este sentido, Varian (2010) afirmaba que:

El teorema de la imposibilidad de Arrow es bastante sorprendente. Muestra que las tres características de un mecanismo de decisión social, que son plausibles y deseables son, sin embargo incompatibles con la democracia. No existe ningún sistema perfecto para tomar decisiones sociales (p. 662).

Arrow asume que es prácticamente imposible que los individuos que conforman la sociedad se pongan de acuerdo al momento de elegir. Desde este punto de vista, el problema se reduce a un conflicto de elección social. Conflicto que se origina porque los individuos se relacionan y compiten entre sí debido a que cada uno persigue sus propios intereses. No existe sociedad moderna en el mundo donde las personas actúen aisladamente indiferentes de lo que hagan los demás. Cuando una persona actúa con altruismo, egoísmo o envidia puede generar efectos positivos o negativos a nivel social. “Un altruismo extremo puede aumentar la satisfacción del *i*-ésimo consumidor cuando se eleva el nivel de consumo del *j*-ésimo consumidor. El deseo de no ser menos que los Pérez, puede tener el efecto opuesto” (Henderson & Quandt, 1981, p. 312).

Existe una relación de dependencia entre los individuos y esto hace que la utilidad de un individuo no solo dependa de su propio ingreso o consumo, sino que depende también de las decisiones de consumo de los demás individuos. Si se maximiza una función de bienestar económico a lo Bergson con utilidades independientes, se obtiene un equilibrio competitivo que es óptimo de Pareto. Sin embargo, este resultado difiere del equilibrio al que se llega maximizando una función de bienestar económico que incorpore una externalidad a través de una función de utilidad dependiente.

### Externalidades

Alfred Marshall en 1930 identificó ciertos aspectos producidos por la expansión de una rama industrial que desplazaban hacia abajo las curvas de coste de las empresas. Este fe-

nómeno fue llamado externalidad positiva. Adam Smith en la riqueza de las naciones de 1776 había recurrido al uso de algo similar a lo que hoy conocemos como externalidad para designar los beneficios sociales surgidos de la convivencia común de agentes económicos que individualmente persiguen solo el beneficio propio.

Decimos que existe una externalidad cuando las acciones de un agente afectan el ambiente de otro agente por medio de mecanismos distintos a los precios. En la tradición clásica la existencia de externalidades limita la posibilidad de que el equilibrio de un mercado competitivo sea óptimo de Pareto. Las externalidades pueden ser positivas o negativas. Desde el punto de vista práctico las que han despertado más interés y las que más se han estudiado son las externalidades negativas.

Hay una externalidad en el consumo si a un consumidor le afecta, directamente, la producción o el consumo de otro (Varían, 1999). Para efectos de simplificación asumimos un mercado de dos individuos, donde podemos representar la utilidad del individuo 1 siendo afectada por la utilidad del individuo 2.

### Economía del bienestar

$$U_1 = (q_{11}, q_{12}, q_1^0 - q_{11}, x_1^0 - x_1)$$

$$U_2 = (q_{21}, q_{22}, x_2^0 - x_2)$$

La teoría de la elección pública plantea algunos problemas al momento de elegir entre las distintas asignaciones de recursos que pueden ser viables. “El objeto de la economía del bienestar es la valoración de la deseabilidad social de cada uno de los alternativos estados económicos. Se denomina estado económico a una organización determinada de las actividades y recursos económicos dentro de una economía”. (Henderson & Quandt, 1981, p. 295). Una de las principales contribuciones de la economía del bienestar ha sido la gestión

de la función de bienestar de la sociedad propuesta por primera vez por Bergson.  $W = f(u_1, u_2, \dots, u_n)$ . Así como la concepción de los teoremas del bienestar.

### PRIMER TEOREMA DEL BIENESTAR

Todos los individuos y las empresas son tomadores de precios que buscan su propio interés. A continuación, un equilibrio competitivo es Pareto optimal.

### SEGUNDO TEOREMA DEL BIENESTAR

Cuando las preferencias de ambos consumidores son convexas y continuas y fuertemente monótonas, cualquier asignación óptima en el sentido de Pareto puede soportarse como equilibrio competitivo con las adecuadas transferencias entre consumidores

El segundo teorema es en cierta manera, el recíproco del primero porque afirma que a todo óptimo de Pareto se puede asociar un sistema de precios siempre que exista a tales precios, un equilibrio competitivo.

#### El óptimo de Pareto

Una asignación es óptimo de Pareto si no hay forma de reorganizar el consumo y la producción de manera que se incremente la utilidad de uno o más individuos sin reducir la utilidad de los restantes. Por el contrario, una asignación no será óptimo de Pareto si existe una forma de aumentar la utilidad de alguien más sin reducir la de otro.

La eficiencia en el sentido de Pareto es en sí misma un objeto deseable, pues, si es posible mejorar el bienestar de un grupo de personas sin empeorar las de otras entonces ¿por qué no hacerlo? Pero, normalmente, existen muchas asignaciones eficientes en el sentido de Pareto. ¿Entonces cómo puede la sociedad elegir una? Al respecto existen algunos criterios de elección. Como el criterio de Hicks, el criterio de Scitovsky, el criterio utilitarista de Bentham, el criterio de Rawls, entre otros que han tratado

de explicar y mejorar la función de bienestar social propuesta por Bergson. Sin embargo, el método utilizado en el presente trabajo se ciñe a maximizar la función de bienestar de Bergson que ha sido el modelo teórico básico.

Existen tres condiciones cruciales de asignaciones Pareto-óptimas son a) Eficiencia en el consumo, es decir, la tasa marginal de sustitución o relación de sustitución entre bienes (RSB) debe ser igual para todos los individuos. b) Eficiencia en la producción que requiere la tasa marginal de transformación o relación técnica de sustitución (RTS) de los productos sean iguales para cada nivel de producción y para cada factor, y c) Eficiencia en el mix de producción, es decir, la tasa marginal de sustitución entre bienes de todos los individuos y las relaciones de transformación de productos de todos los productores deben ser iguales para todo par de bienes producidos.

### EL ÓPTIMO DE PARETO EN EL CONSUMO

Para demostrar esta primera condición supongamos que existen dos consumidores I y II, designados por los primeros sub índices 1 y 2, y dos bienes,  $Q_1$  y  $Q_2$ . Las funciones de utilidad de los consumidores son:  $U_1(q_{11}, q_{12})$  y  $U_2(q_{21}, q_{22})$ , donde,  $q_{11} + q_{21} = q_1^0$  y  $q_{12} + q_{22} = q_2^0$ . Supongamos que el consumidor II disfruta del nivel de satisfacción  $U_2^0 = \text{constante}$ . Para maximizar la utilidad del consumidor I sujeta a esta restricción podemos formar la función siguiente:

$$U_1^* = U_1(q_{11}, q_{12}) + \lambda [U_2(q_1^0 - q_{11}, q_2^0 - q_{12}) - U_2^0]$$

Así tenemos que:

$$\frac{\partial U_1 / \partial q_{11}}{\partial U_1 / \partial q_{12}} = \frac{\partial U_2 / \partial q_{11}}{\partial U_2 / \partial q_{12}} \quad (1)$$

El lado izquierdo de la igualdad es la relación de sustitución entre bienes (RSB) del individuo 1 y el lado derecho es la RBS del individuo 2. Lo que indica claramente que para alcanzar un óptimo de Pareto en el con-

sumo, la RBS de los dos consumidores debe igualarse.

### EL ÓPTIMO DE PARETO EN LA PRODUCCIÓN

El óptimo de Pareto en la producción requiere que el nivel de producción de cada bien de consumo sean máximo dados los niveles de producción de todos los bienes de consumo restantes. Asumamos que existen dos empresarios que utilizan dos insumos para producir dos bienes con las siguientes funciones de producción.  $q_1 = f_1(x_{11}, x_{12})$  y  $q_2 = f_2(x_{21}, x_{22})$  donde  $x_{11} + x_{12} = y$   $x_{21} + x_{22} = z$  son las cantidades disponibles de los insumos y  $q_1$  y  $q_2$  son los niveles de producción. Si maximizamos la producción del bien 1 dejando la producción del bien 2 en un nivel fijo  $q_2^0$ .

$$L = f_1(x_{11}, x_{12}) + \lambda [f_2(x_{21}, x_{22}) - q_2^0]$$

Así tenemos que:

$$\frac{\partial f_1 / \partial x_{11}}{\partial f_1 / \partial x_{12}} = \frac{\partial f_2 / \partial x_{21}}{\partial f_2 / \partial x_{22}} \quad (2)$$

El término del lado izquierdo es la Relación Técnica de Sustitución (RTS) entre  $X_1$  y  $X_2$  para el bien 1 y el término del lado derecho es la RTS para el bien 2. Para alcanzar un óptimo de Pareto en la producción es necesario que las RTS de los productores sean iguales.

### EL ÓPTIMO GENERAL DE PARETO

La condición para el óptimo es la eficiencia conjunta de consumidores y productores; es decir, que la tasa marginal de sustitución entre bienes para un consumidor sea la misma que la tasa marginal de transformación en la producción de esos bienes de cada productor. Esta condición puede parecer menos obvia que las anteriores, pero se puede describir como la igualdad entre las ecuaciones (1) y (2)

Los economistas han adoptado casi unánimemente los supuestos: i) que todo individuo se comporta de manera coherente con su

bienestar y, por tanto, su bienestar aumenta si y solo si su utilidad lo hace y ii) el criterio de Pareto; como estándar para máximo nivel de bienestar social al que se puede acceder en función de los recursos disponibles.

Pese a sus críticas, este criterio parece ser en la mayor parte de las aplicaciones en economía una condición mínima de racionalidad en las decisiones sociales. Hay que tener en cuenta que la eficiencia en el sentido de Pareto no dice nada sobre la distribución de bienestar entre los individuos; dar todo a una persona es por lo general eficiente en el sentido de Pareto y sin embargo, al resto de la gente puede no parecerle una asignación razonable. En efecto, en la mayor parte de las decisiones colectivas existe un grado no despreciable de conflicto entre los individuos: casi toda acción deja a algunos mejor y a otros peor, de manera que el criterio de Pareto no permite jerarquizar esas alternativas.

El óptimo de Pareto a pesar de ser una herramienta analítica que garantiza la eficiencia en el consumo y la producción puede generar grandes desigualdades. En este sentido, Henderson y Quandt (1981) señalan que:

La aplicación única del criterio del óptimo de Pareto hace que la solución del problema de maximización del bienestar sea indeterminada (en general, existen infinitos puntos Pareto-óptimos). Dicha indeterminación puede evitarse mediante la introducción de una función de bienestar social. La función de bienestar social es un índice ordinal del bienestar de la sociedad y función de los niveles de utilidad de todos los individuos (p. 327).

### La función de bienestar social

Abraham Bergson en 1936 propuso por primera vez una función de bienestar social en "A Reformulation of Certain Aspects of Welfare Economics" (Una reformulación de ciertos aspectos de bienestar económico) Según

Bergson, las funciones de bienestar social se construyen a partir de las funciones de utilidad individual que reflejan las preferencias individuales sobre las alternativas. Una función de bienestar social “agrega” las utilidades individuales,  $u_1, u_2, \dots, u_n$  en una función  $W(u_1, u_2, \dots, u_n)$  que depende de ellas.

La función de bienestar de la sociedad propuesta por Bergson se puede resumir de la siguiente forma:

$$W = f(u_1, u_2, \dots, u_n) \quad (3)$$

Algunos autores en referencia a lo que plantea Arrow en “*Social Choice and Individual Values*” sugieren que el enfoque utilizado por Bergson es muy sugestivo, pero que no es aplicable, prácticamente, quedando solo en el ámbito de la economía teoría (Pena-Trapero, 2009). Sin embargo, nunca se menciona que Arrow afirma que en casos dados una función de bienestar económico de la sociedad tal como lo plantea Bergson es perfectamente posible.

### La crítica de Arrow a las funciones de bienestar social

La teoría de elección social de Arrow no fue motivada por el problema de elección colectiva, sino por la búsqueda más abstracta de una función de bienestar social universal. Arrow considera que el problema general del bienestar social consiste en elegir entre varios “estados sociales” viables. Se supone que cada uno de los miembros de la sociedad puede ordenar estos estados de acuerdo con su atractivo (Nicholson, 1997, p. 545). El enfoque axiomático de Arrow intenta investigar la existencia y forma de la Función de Bienestar Social matemáticamente, basada en un conjunto de axiomas fundamentales aceptables acerca de las preferencias de los individuos y como estas cuentan para la sociedad. Tal como menciona Arrow la función de bienestar social propuesta por Bergson podría modificarse. La suma de las utilidades podría reformularse en el sentido de que depende solo del ordenamiento

individual y no de los indicadores de utilidad (Arrow 1978).

Una de las principales conclusiones es a lo que los economistas han denominado “el teorema de imposibilidades de Arrow”. Este teorema dirige la pregunta “¿existe una regla general que pueda ordenar los estados sociales basados únicamente en la forma en que estos estados puedan ser ordenados por cada uno de los individuos de la sociedad? En “*Social Choice and Individual Values*” Kenneth Arrow, Premio Nobel de Economía 1973, afirma que al excluir la posibilidad de comparaciones interpersonales de utilidad, la única manera de obtener una preferencia social que sea satisfactoria y que pueda estar bien definida para un amplio espectro de conjuntos de ordenamientos individuales es que sea impuesta o dictatorial (Arrow, 1978)

No obstante, sostiene Arrow (1978), que es posible construir funciones de bienestar social adecuadas si es factible sostener que las preferencias individuales caen dentro de ámbitos similares. Aun cuando Arrow reconoce la dificultad de esta posibilidad, sostiene que sobre esa afirmación está construida buena parte de la tradición de la filosofía política. En tal sentido, es suficiente que exista un cierto consenso sobre los fines de la sociedad, basado en las normas éticas y sociales de una cultura particular, para que se forme una función de bienestar social.

Según Arrow (1978), el sistema democrático, y específicamente la votación, aparece como un mecanismo donde cada individuo entrega su opinión sobre la voluntad general y formula la tesis de que, en contraposición al sistema democrático, el mecanismo de mercado no puede originar una función de bienestar social, ya que dicho mecanismo no da cuenta de los motivos altruistas que deben estar presentes para construir el consenso. Esto no niega la posibilidad de un uso limitado del mercado para alcanzar partes del óptimo social, especialmente si es manipulado deliberadamente para hacer que la conducta orientada

por imperativos pragmáticos coincide con la que existiría bajo consideraciones morales.

### Discusión

Las externalidades pueden ser positivas o negativas y de hecho puede darse el caso de que no existan. Entendiendo que las externalidades positivas posibilitan alcanzar un mayor nivel de bienestar y las externalidades negativas pueden reducir el nivel de bienestar alcanzado. La ausencia de externalidades representa un caso especial de esta relación más general. Por lo tanto, el óptimo de Pareto que se desarrolla en mercados competitivos sin externalidades es solo un caso especial dentro de una relación más general.

Del mismo modo que la función de bienestar social de Bergson es solo un caso especial de un esquema general tal y como lo plantea Arrow.

### Maximización de la función de bienestar económico. Enfoque clásico

Asumimos una función de bienestar económico a lo Bergson de la forma siguiente:

$$W = W(U_1, U_2, U_3, \dots, U_n) \quad (4)$$

Su forma depende de los juicios de valor de sus promulgadores. Donde  $U$  es el nivel del índice de utilidad del  $i$ -ésimo individuo. Para

maximizar esta función de bienestar social supongamos que la sociedad se compone de dos individuos cuyas funciones de utilidad son.

$$U_1 = U_1(q_{11}, q_{12}, x_1^0 - x_1)$$

$$U_2 = U_2(q_{21}, q_{22}, x_1^0 - x_2)$$

Donde es la cantidad del  $j$ -ésimo artículo consumido por  $i$ -ésimo individuo, y es la cantidad de trabajo llevada a cabo por este mismo individuo. Ahora supongamos que la función de producción total de la sociedad es:

$$F(q_{11} + q_{21}, q_{12} + q_{22}, x_1 + x_2) = 0$$

Supongamos, finalmente, que la función de bienestar social es una suma las utilidades de todos los individuos de la sociedad y tiene la forma:

$$W = W(U_1 + U_2 + U_3 \dots + U_n)$$

Para simplificar asumimos que tiene la siguiente forma, que indica que el nivel de bienestar alcanzado viene determinado por la suma de las utilidades de los dos individuos que componen esta hipotética sociedad.

$$W = W(U_1 + U_2) \quad (5)$$

El objetivo de la sociedad es maximizar esta función sujeta a la condición dada por la función de producción total. Para tal efecto construimos la siguiente función:

$$W^* = W[U_1(q_{11}, q_{12}, x_1^0 - x_1), U_2(q_{21}, q_{22}, x_2^0 - x_2)] + \lambda F(q_{11} + q_{21}, q_{12} + q_{22}, x_1 + x_2) \quad (6)$$

Igualando a cero sus derivadas parciales puede verificarse que esta asignación es un óptimo de Pareto.

$$\frac{\partial U_1 / \partial U q_{11}}{\partial U_1 / \partial q_{12}} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{\partial U_2 / \partial U q_{21}}{\partial U_2 / \partial q_{12}} \quad (7)$$

$$\frac{\partial U_1 / \partial U q_{11}}{\partial U_1 / \partial (x_1^0 - x_1)} = \frac{F_1}{F_3} = \frac{\partial U_2 / \partial U q_{21}}{\partial U_2 / \partial (x_2^0 - x_2)} \quad (8)$$



La Relación de Sustitución entre Bienes (RSB) de ambos consumidores son las mismas e iguales a las correspondientes Relación de Transformación de Productos (RTP). La tasa a la que los consumidores sustituyen ocio por bienes es igual a la productividad marginal del trabajo. Esto muestra que si se satisfacen las condiciones de segundo orden se alcanza un óptimo de Pareto.

**Maximización de la función de bienestar económico aumentada**

Se procedió a determinar las condiciones para alcanzar el óptimo utilizando una modificación al método clásico, que consiste en agregar una externalidad al modelo. Para el presente trabajo se plantea que la utilidad del individuo 1 depende de la utilidad del individuo 2 y que la utilidad del individuo 2 permanece constante. Es decir, el comportamiento del individuo 2 tiene un efecto sobre la utilidad del individuo 1, que es a lo que denominamos externalidad. Igual que en la sección anterior asumimos una función de bienestar económico de la forma siguiente:

$$W = W(U_1, U_2, \dots, U_n)$$

Donde  $U_i$  representa el nivel de utilidad del  $i$ -ésimo individuo. Para simplificar suponemos que la sociedad se compone de dos individuos cuyas funciones de utilidad están relacionadas.

$$U_1 = (q_{11}, q_{12}, q_1^o - q_{11}, x_1^o - x_1) \quad (9)$$

$$U_2 = (q_{21}, q_{22}, x_2^o - x_2) \quad (10)$$

Aquí podemos ver que la función de utilidad del individuo 1 ( $U_1$ ) incorpora el término  $q_1^o - q_{11}$  que es justamente la que hace que ( $U_1$ ) dependa de ( $U_2$ ). La función de bienestar social es de la forma:

$$W = W(U_1 + U_2)$$

Lo que indica que el nivel de bienestar social total es la suma de los niveles de utilidad de los individuos que la conforman. Por otro lado, contamos con una función de producción de la sociedad descrita por la siguiente función:

$$F(q_{11} + q_{21}, q_{11} + q_{12} + q_{22}, x_1 + x_2) = 0$$

De esta manera, procedemos a formar el lagrangiano para luego pasar a maximizar la función.

$$W^* = W [ U_1 (q_{11}, q_{12}, q_1^o - q_{11}, x_1^o - x_1) + U_2 (q_{21}, q_{22}, x_2^o - x_2) + \lambda F (q_{11} + q_{21}, q_{11} + q_{12} + q_{22}, x_1 + x_2) ] \quad (11)$$

El objetivo de la sociedad es maximizar esta función sujeta a la condición dada por

la función de producción total. Derivando e igualando a cero:

$$\frac{\partial W^*}{\partial q_{11}} = W_1 \frac{\partial U_1}{\partial q_{11}} + \lambda F_1 = 0 \quad W_1 \frac{\partial U_1}{\partial q_{11}} = -\lambda F_1 \quad (12)$$

$$\frac{\partial W^*}{\partial q_{12}} = W_1 \frac{\partial U_1}{\partial q_{12}} + \lambda F_2 = 0$$

$$W_1 \frac{\partial U_1}{\partial q_{11}} = -\lambda F_2 \quad (13)$$

$$\frac{\partial W^*}{\partial x_1} = -W_1 \frac{\partial U_1}{\partial(x_1^0 - x_1)} + \lambda F_3 = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial W^*}{\partial q_{21}} = W_2 \frac{\partial U_1}{\partial q_{21}} + \frac{\partial U_2}{\partial q_{21}} + \lambda F_1 = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial W^*}{\partial q_{22}} = W_2 \frac{\partial U_2}{\partial q_{22}} + \lambda F_2 = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial W^*}{\partial x_2} = -W_1 \frac{\partial U_1}{\partial(x_2^0 - x_2)} + \lambda F_3 = 0 \quad (17)$$

Se cumple las condiciones de maximización.

Dividiendo 12 entre 13 tenemos:

$$\frac{\frac{\partial U_1}{\partial q_{11}}}{\frac{\partial U_1}{\partial q_{12}}} = \frac{F_1}{F_2} \quad (18)$$

Dividiendo 15 entre 16 tenemos:

$$\frac{\frac{\partial U_1}{\partial q_{21}} + \frac{\partial U_2}{\partial q_{21}}}{\frac{\partial U_2}{\partial q_{22}}} = \frac{F_1}{F_2} \quad (19)$$

Igualando 18 y 19

$$\frac{\frac{\partial U_1}{\partial q_{11}}}{\frac{\partial U_1}{\partial q_{12}}} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{\partial U_1}{\partial q_{21}} + \frac{\partial U_2}{\partial q_{21}}}{\frac{\partial U_2}{\partial q_{22}}}$$

Tenemos que:

$$\frac{\frac{\partial U_1}{\partial q_{11}}}{\frac{\partial U_1}{\partial q_{12}}} = \frac{\frac{\partial U_1}{\partial q_{21}} + \frac{\partial U_2}{\partial q_{21}}}{\frac{\partial U_2}{\partial q_{22}}}$$

Esta igualdad representa la determinación del óptimo del bienestar económico, en un mercado con externalidades. Donde la utilidad de un individuo depende de la utilidad del otro.

Aquí puede pasar que  $\frac{\partial U_1}{\partial q_{21}} < 0$ , también puede presentarse el caso de que  $\frac{\partial U_1}{\partial q_{21}} > 0$  y por último puede ser que  $\frac{\partial U_1}{\partial q_{21}} = 0$ . Como se puede deducir fácilmente cuando  $\frac{\partial U_1}{\partial q_{21}} = 0$  obtenemos un equilibrio que es óptimo de Pareto. Sin embargo, existen las otras dos posibilidades que se podrían interpretar como: i) una mejora o incremento del nivel de bienestar cuando  $\frac{\partial U_1}{\partial q_{21}} > 0$  (es positivo) y ii) un “empeoramiento” o disminución del nivel de bienestar en el caso de que  $\frac{\partial U_1}{\partial q_{21}} < 0$  (es negativo).

## Conclusiones

El óptimo de Pareto solo es un caso especial de una relación más general donde las externalidades determinan el nivel de bienestar.

La economía del bienestar se ha limitado a realizar un análisis de la maximización en función de mercados competitivos y no ha

formalizado un modelo de optimización del bienestar en un mercado de competencia imperfecta.

La incorporación de una falla de mercado en el modelo de maximización del bienestar contribuye a una mejor comprensión de los efectos de las externalidades positivas.

Es un error considerar a las externalidades indiscriminadamente como fallas de mercado.

También es otro error considerar a las externalidades positivas como fallas de mercado.

La cooperación entre los individuos genera externalidades que no se pueden predecir con el modelo clásico.

El modelo propuesto es una herramienta analítica que predice mejor el comportamiento real de los individuos en la sociedad.

#### Referencias

- Arrow, K. J. (1978). *Social choice and individual values*. Massachusetts: U.S.A. Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University.
- Bergson, A. (1938). A Reformulation of Certain Aspects of Welfare Economics. *The Quarterly Journal of Economics*, 52(2), 310-334.
- Henderson, J.M., & Quandt, R. E (1981). *Teoría microeconómica una aproximación matemática* (2ª ed.). Barcelona, España: Ariel.
- Nicholson, W. (1997). *Teoría microeconómica Principios básicos y aplicaciones* (6ª ed.). Madrid, España: McGraw-Hill Interamericana de España.
- Parkin, M., & Loría, E. (2010). *Microeconomía. Versión para Latinoamérica* (9ª ed.). México D.F.: Pearson Educación de México.
- Pena-Trapero, B. (2009). La medición del bienestar social: una revisión crítica. *Estudios de Economía Aplicada*, 27(2), 299-324.
- Varian, H. R. (2010). *Microeconomía intermedia: Un enfoque actual* (8ª ed.). Barcelona, España: Antoni Bosh.